

SCIENTIA
Avril 1906.

PHYS.-MATHÉMATIQUE
n° 28

44a

BASES PHYSIQUES DE LA MUSIQUE

PAR

M. H. BOUASSE,
PROFESSEUR À LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE.



BASES PHYSIQUES DE LA MUSIQUE.

INTRODUCTION.

Dès la première fois que j'ai lu le traité d'Helmholtz sur la *Théorie physiologique de la Musique* ([1]), voici bientôt vingt ans, j'ai ressenti pour ce Livre une admiration profonde. Depuis je l'ai souvent relu et mon admiration n'a pas diminué.

Cependant, s'il m'arrive d'en parler devant des physiciens, je constate que neuf sur dix n'en connaissent que le titre : ils sont excusables, le volume est gros et la vie brève. Mais ils semblent croire que ce livre, écrit voilà près de cinquante ans, est vieux jeu et plus du tout à la hauteur; à les entendre, ils n'ont que faire de le méditer.

Quand j'en parle à un musicien, ma malechance veut que, sans jamais l'avoir lu, mon interlocuteur le déclare démodé, faux, bon à mettre au pilon. Par quoi il songe à le remplacer est généralement assez obscur et gît encore dans les limbes de son cerveau. Il se fait naturellement l'idée la plus fausse de ce que les physiciens entendent par une théorie, et se contente d'explications qui ne sont que des métaphores.

Récemment, tout en écrivant pour la *Revue générale des Sciences* un article de vulgarisation *Sur la Gamme* (auquel je renvoie le lecteur), j'ai pensé qu'il serait utile de mettre les principes d'Helmholtz à la portée de tous, en les résu-

([1]) *Théorie physiologique de la musique* (avec appendice). Masson, 1874. Cette traduction due à M. Guéroult est excellente; l'appendice contient quelques notes du traducteur sur la question difficile de la gamme Pythagoricienne et sur l'importance de la gamme *naturelle* comme gamme *mélodique*.

mant dans un livre court et clair, autant que possible. La collection *Scientia* offrait le cadre voulu. Le lecteur trouvera donc, dans l'Ouvrage que je lui présente, une étude des *Bases physiques de la Musique* suivant les principes d'Helmholtz.

Je ne risque pas grand'chose à prendre ce guide. Si beaux, en effet, que soient les travaux d'Helmholtz en Musique physique, il n'a rien bouleversé. Il a surtout codifié, expliqué mathématiquement et mécaniquement, réduit en un corps de doctrine, les faits que des musiciens éminents, des physiciens illustres avaient découverts avant lui. On peut même lui reprocher de ne pas avoir spécifié assez explicitement la part de ses devanciers : au fond, son explication de la parenté des sons est celle de Rameau; sa théorie de la dissonance, celle de Sauveur. Helmholtz est l'aboutissement d'une grande tradition : c'est pourquoi son opinion est sûre; le lecteur peut avoir confiance.

Du reste, il faut connaître pour critiquer. Ceux mêmes à qui la théorie d'Helmholtz paraîtra contestable me sauront gré de leur faciliter le moyen de la comprendre et de l'améliorer.

Bien entendu je n'ai pas la prétention de mettre en une centaine de pages tout ce que contiennent les 650 pages de la traduction française de la *Théorie physiologique de la Musique;* j'y parviendrais d'autant plus difficilement que, pour composer un tableau d'ensemble, je dois parler de quantité de questions dont Helmholtz ne dit mot. Si je rendais plus aisée et plus attrayante la lecture de son beau livre, je serais largement payé de ma peine.

Je ne suis pas tout à fait étranger aux choses de la Musique envisagée comme art. Sans exagérer ma compétence, j'espère éviter les erreurs lourdes auxquelles on s'expose quand on parle d'un art sans le pratiquer. D'ailleurs je m'en abstiendrai autant que possible, l'esthétique étant à la limite de mon sujet. Je passerai donc systématiquement sous silence une foule de questions de détail, longuement traitées par Helmholtz, qui allongeraient mon texte sans éclaircir davantage les principes.

CHAPITRE I.

HAUTEUR DES SONS. INTERVALLES. DÉFINITION DU SAVART [1].

Le *son* peut être considéré objectivement ou subjectivement, c'est-à-dire soit comme la vibration d'un corps extérieur à l'oreille (vibration que nous étudions par les procédés ordinaires de la physique), soit comme une sensation. Dans ce premier Chapitre nous l'envisageons du premier point de vue. Les propriétés de l'oreille ne sont invoquées que pour légitimer la définition de l'*intervalle*.

1. *Son musical. Hauteur d'un son musical. — On appelle son musical un mouvement vibratoire périodique quelconque.* Un théorème nous apprend que la projection sur un axe d'un déplacement vibratoire *périodique* quelconque peut toujours s'exprimer en fonction du temps à l'aide d'une série de sinus ou de cosinus de la forme

$$x = a_1 \sin(\omega t - \alpha_1) + a_2 \sin(2\omega t - \alpha_2) + \ldots.$$

On pose $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T est la *période* du mouvement vibratoire.

Donc un mouvement vibratoire périodique quelconque peut toujours être considéré comme la superposition de mouvements périodiques pendulaires, simples, sinusoïdaux ou harmoniques (ces quatre épithètes étant exactement équivalentes), dont les périodes sont T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, $\cdots$; leurs amplitudes a_1, a_2, ... et leurs phases α_1, α_2, ..., doivent être convenablement choisies. Si l'on connaît la fonction périodique du temps $x = F(t)$, un théorème nous apprend à calculer les amplitudes et les phases des différents termes de la série.

Le premier terme de la série est le *son partiel fonda-*

---

(1) J'invoquerai souvent des propositions mathématiques ou mécaniques dont je ne pourrai donner la démonstration dans ce petit Livre, d'abord parce que l'espace dont je dispose est limité, ensuite parce que je distrairais l'attention du lecteur. Il me suffira d'énoncer les résultats; je prie le lecteur de se reporter soit aux Traités élémentaires que j'ai écrits en collaboration avec M. Brizard, soit au cours de Licence que je ferai paraître prochainement.

mental ou le premier harmonique; le second terme est le *second harmonique*, et ainsi de suite. Nous sommes obligés de choisir cette définition *qui est bizarre pour le premier terme*, afin de généraliser les énoncés. Il existe d'ailleurs dans les Traités un certain vague à ce sujet. Le même auteur appelle *premier harmonique du fondamental* le *second harmonique* de la série, puis écrit, sans se douter de la contradiction, que les tuyaux bouchés font entendre les harmoniques *impairs :* il considère alors le fondamental comme premier harmonique. La difficulté tient à ce qu'on dit habituellement *harmoniques du fondamental,* rattachant tous les termes au premier, tandis qu'ils forment réellement une série d'*harmoniques.*

On appelle *hauteur d'un son* le nombre $N = 1 : T$ de vibrations par seconde du fondamental ou, d'après notre définition, du premier harmonique. Les hauteurs des deuxième, troisième, ..., $n^{\text{ième}}$ harmoniques sont deux, trois, ..., n fois plus grandes que celle du fondamental.

Il faut bien s'entendre sur la signification du mot *musical;* on ne veut pas dire par là que le son est *agréable.* D'après la manière dont il est produit, il est évident que le son d'une sirène est périodique et par conséquent *musical au sens dans lequel nous employons le mot:* on sait à quel point il est désagréable. On a choisi cette définition parce que tous les sons employés en musique rentrent dans cette catégorie.

2. *Sons complexes à partiels non harmoniques du fondamental.* — Produisons simultanément deux sons simples

$$x_1 = a_1 \sin \omega_1 t, \qquad x_2 = a_2 \sin \omega_2 t.$$

Rien ne nous empêche de choisir ω_1 et ω_2 *incommensurables.* Le mouvement qui résulte de la composition des deux sons d'après le *principe des petits mouvements* n'est pas périodique, puisqu'un nombre entier p de périodes T_1 ne peut égaler exactement un nombre entier q de périodes T_2.

A la vérité, on peut toujours poser *approximativement* $pT_1 = qT_2$, et prenant p et q suffisamment grands. Soient N_1 et N_2 les nombres de vibrations. On a donc *approximativement*

$$\frac{N_1}{p} = \frac{N_2}{q} = N; \qquad N_1 = pN, \qquad N_2 = qN.$$

Les deux sons peuvent être considérés comme des harmoniques très élevés d'un son de hauteur N. *Mais cet artifice n'a aucun intérêt ni mathématique ni physique.*

Nous admettrons qu'un son quelconque permanent, si complexe qu'il soit, peut toujours être considéré comme composé d'un certain nombre de sons musicaux, ou, ce qui revient au même, peut toujours être représenté par un certain nombre de séries harmoniques. On aura donc généralement

$$\begin{aligned} x = \; & a_1 \sin(\omega t - \alpha_1) + a_2 \sin(2\omega t - \alpha_2) + a_3 \sin(3\omega t - \alpha_3) + \ldots \\ & + b_1 \sin(\omega' t - \beta_1) + b_2 \sin(2\omega' t - \beta_2) + b_3 \sin(3\omega' t - \beta_3) + \ldots \\ & + c_1 \sin(\omega'' t - \gamma_1) + \ldots \end{aligned}$$

3. *Mesure de la hauteur absolue des sons musicaux.* — La méthode *classique* consiste à produire à l'aide d'une sirène un son à l'unisson du son dont on veut évaluer la hauteur. L'oreille exercée reconnaît en effet avec beaucoup d'exactitude quand les hauteurs sont les mêmes, c'est-à-dire quand les *fondamentaux* des deux séries ont même période.

Cette méthode est mauvaise parce que le son de la sirène a des harmoniques supérieurs très intenses; nous verrons qu'il résulte de là un timbre affreusement criard. Il est évident que l'oreille juge d'autant mieux l'unisson que les deux séries d'harmoniques sont plus comparables; comme il est rare de rencontrer un son aussi abominable que celui de la sirène, la comparaison est toujours défectueuse. L'avantage de cette méthode réside dans la facilité très grande avec laquelle on mesure la hauteur du son donné par la sirène : il suffit de déterminer la vitesse absolue du disque tournant.

L'emploi de la roue dentée dont les dents équidistantes frappent une carte de visite présente les mêmes inconvénients que la sirène. Les sons contiennent un grand nombre d'harmoniques élevés et sont peu musicaux *au sens vulgaire du mot.*

Quand il s'agit de diapasons, on peut inscrire directement leurs vibrations sur un cylindre tournant; on connaît la période en valeur absolue en inscrivant la seconde sur le même cylindre. Mais le diapason est à sons fixes; même additionné de masses mobiles, il ne fournit que des sons peu différents les uns des autres. On mesure donc aisément la hauteur du son propre du diapason; mais il ne peut servir

que d'une manière exceptionnelle à mesurer la hauteur d'un autre son.

La méthode la plus générale pour mesurer la hauteur *absolue* d'un son consiste à utiliser la *stroboscopie,* ce qu'on fait de bien des manières. On regarde par exemple l'objet vibrant à travers un disque tournant, percé de p trous équidistants sur une circonférence concentrique à l'axe; on fait croître la vitesse angulaire à partir du repos jusqu'à voir l'objet immobile. Soit alors q le nombre par seconde de tours du disque; la hauteur du son est $N = pq$. On détermine généralement sans difficulté le nombre q.

Les méthodes de résonance, aujourd'hui très employées pour déterminer la fréquence des courants alternatifs, s'appliquent aisément à la mesure des hauteurs. Elles sont rapides, mais exigent l'emploi de nombreux résonateurs (lames, diapasons.....) dont les hauteurs soient préalablement connues.

4. *Mesure des hauteurs relatives de deux sons.* — La méthode générale consiste à comparer ces deux sons à deux sons respectivement à l'unisson et dont on connaît les hauteurs relatives; c'est-à-dire dont on sait que l'un fait par seconde n fois plus de vibrations que l'autre, n étant un nombre quelconque entier ou fractionnaire.

Pour obtenir deux sons dont les hauteurs soient dans un rapport donné, on applique une des lois démontrées par l'expérience.

Le plus ordinairement on s'appuie sur la loi des cordes vibrantes. La hauteur du son est donnée par la formule

$$N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gP}{p}},$$

N est le nombre de vibrations par seconde, l la longueur en mètres, g l'accélération de la pesanteur en mètres par seconde ($9^m,81$), P le poids tenseur en kilogrammes, p le poids de la corde par mètre, poids évalué en kilogrammes. Généralement on laisse P invariable et l'on fait varier l. Les hauteurs sont alors en raison inverse de la longueur utilisée. On emploie pour cette expérience le *sonomètre* que je n'ai pas à décrire ici. Il semble qu'on pourrait laisser la longueur

invariable et faire varier le poids tenseur; mais la corde s'allonge toujours quand P croît, même si l'on utilise des fils métalliques; le rapport P : p n'est pas proportionnel à P.

La formule n'est rigoureuse que si le fil n'a pas de raideur propre et *s'il est parfaitement homogène*. La première condition est toujours à peu près réalisée; la seconde ne l'est jamais rigoureusement avec des cordes en boyau, de si bonne qualité qu'on les suppose.

Il faut que les sillets et le chevalet déterminent aussi correctement que possible les longueurs utilisées.

La formule des cordes vibrantes permet au besoin de calculer la hauteur du son en valeur absolue; les quantités qui y entrent sont d'une détermination relativement aisée. Mais elle est surtout appliquée à la détermination des intervalles.

Le second procédé, proposé par Chladni, consiste à utiliser la loi de vibration des verges encastrées par une extrémité dans un étau. Le nombre des oscillations est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse du carré des longueurs de la verge. Voici les dimensions que Chladni indique : 1^{mm} d'épaisseur environ et 30^{mm} de largeur, avec une longueur suivant le son à obtenir. On peut utiliser soit le son le plus grave, donné par la verge entière, soit le son qui correspond à un nœud intermédiaire : sa hauteur est à celle du fondamental comme 25 : 4.

Chladni se servait même de son appareil pour déterminer les hauteurs *absolues;* il utilisait d'abord une lame assez longue pour qu'on pût directement compter le nombre des oscillations par seconde : il la raccourcissait ensuite de manière à l'accorder sur le son à étudier.

On conçoit que toute loi bien établie conduise à une méthode de comparaison des hauteurs relatives.

5. *Définition des intervalles.* — L'expérience montre que *l'impression ressentie à l'audition d'un accord de deux sons ne dépend que du rapport des hauteurs de ces deux sons.* C'est une loi physiologique fondamentale dont on peut donner bien des démonstrations expérimentales.

Il suffit, par exemple, que le disque tournant d'une sirène porte deux rangées de trous. On entend simultanément deux sons qui forment un accord. Cet accord conserve une *qualité*

invariable, quelle que soit la vitesse de rotation du disque, et par conséquent la hauteur absolue des deux sons. *Or le rapport de ces hauteurs est indépendant de la vitesse.*

La démonstration est plus simple avec le sonomètre. On tend dessus deux cordes; en les excitant simultanément on obtient un accord. On introduit le chevalet sous les deux cordes de manière à n'utiliser qu'une *même* fraction quelconque de leur longueur; les deux sons *montent* dans le même rapport; l'expérience montre que *l'accord conserve le même caractère, quelle que soit la position du chevalet.*

En vertu de cette loi, on a été naturellement conduit à appeler intervalle de deux sons le rapport des hauteurs de ces sons. Soient N_1 et N_2 les hauteurs, on peut arbitrairement dire que l'intervalle est $N_1 : N_2$ ou $N_2 : N_1$.

6. *Mesure des intervalles par leurs logarithmes.* — Soient trois sons S_1, S_2, S_3 dont les hauteurs sont N_1, N_2, N_3 : supposons que l'on ait $N_1 < N_2 < N_3$. Les musiciens disent que l'intervalle I de S_1 à S_3 est la somme de deux intervalles i_1 de S_1 à S_2 et i_2 de S_2 à S_3. Or nous avons par définition

$$I = \frac{N_3}{N_1}, \qquad i_1 = \frac{N_2}{N_1}, \qquad i_2 = \frac{N_3}{N_2}; \qquad I = i_1 i_2.$$

$$\log I = \log i_1 + \log i_2.$$

Pour conserver la définition des musiciens, nous sommes donc amenés à prendre pour mesure d'un intervalle le logarithme de cet intervalle. — Cette convention ne présente aucune difficulté; nous verrons qu'elle permet de préciser la grandeur des intervalles et de se faire une idée concrète de leur ordre de grandeur, ce qui est malaisé avec les fractions.

Un intervalle i est la $n^{\text{ième}}$ partie d'un intervalle I, si nous avons

$$i^n = I, \qquad \log I = n \log i.$$

Un intervalle I est partagé en deux intervalles i_1 et i_2 qui sont entre eux comme les nombres a et b, si nous avons

$$i_1 = i^a, \qquad i_2 = i^b, \qquad i_1 i_2 = I;$$

$$\log i_1 = a \log i, \qquad \log i_2 = b \log i,$$

$$\log i_1 + \log i_2 = \log I = (a + b) \log i.$$

D'où enfin

$$\frac{\log i_1}{a} = \frac{\log i_2}{b} = \frac{\log I}{a+b}.$$

Les opérations restent donc conformes au langage habituel, à la condition de remplacer les intervalles par leurs logarithmes.

7. *Choix d'un système de logarithmes. Savart. Principaux intervalles en savarts.* — Nous sommes libres de choisir un système quelconque de logarithmes. Naturellement notre choix se porte sur les logarithmes vulgaires dont chacun possède des Tables. Nous exprimons donc les intervalles par leurs logarithmes vulgaires; mais, pour des raisons que nous expliquerons plus loin, nous multiplions ces logarithmes par 1000. Ainsi l'intervalle 2, dont le logarithme vulgaire est 0,30103, a pour expression 301,03; nous énonçons 301 savarts, 03 et nous écrivons $301^{\sigma},03$.

L'unité d'intervalle ou SAVART *est donc celui dont le logarithme vulgaire est* 0,001.

Nous verrons que les intervalles inférieurs à un savart sont négligeables; nous pourrons donc généralement supprimer la partie fractionnaire des intervalles exprimés en savarts.

Exemple. — Une locomotive passe en sifflant devant un observateur immobile. Quel intervalle font les deux sons entendus, l'un pendant que la machine approche, l'autre pendant qu'elle s'éloigne? On démontre qu'il est mesuré par le rapport $(V+u):(V-u)$, où V est la vitesse actuelle du son et u la vitesse du corps sonore. L'intervalle en savarts est donc

$$1000\,[\log(V+u)-\log(V-u)].$$

Soit, par exemple,

$$V = 340^{m}, \qquad u = 16^{m};$$

on trouve 41 savarts.

Voici le Tableau des principaux intervalles que nous aurons à considérer, évalués en savarts et par le rapport des hauteurs des sons qui les constituent.

Nom de l'intervalle.	Rapport des hauteurs.	Nombre de savarts.
Comma	81 : 80	5
Demi-ton mineur	25 : 24	18
Demi-ton pythagoricien (limma)	256 : 243	23 = (18 + 5)
Demi-ton majeur	16 : 15	28 = (18 + 2.5)
Ton mineur	10 : 9	46
Ton majeur	9 : 8	51 = (46 + 5)
Demi-ton tempéré (temp. égal)		25
Ton tempéré (temp. égal)		50

Il est à peine utile de faire remarquer combien la troisième colonne est plus facile à retenir que la seconde et surtout combien mieux elle parle à l'esprit. On soutiendra difficilement qu'il soit possible de calculer immédiatement la différence de deux intervalles exprimés sous forme de fraction. Cette différence apparaît immédiatement dans l'énoncé des intervalles en savarts.

CHAPITRE II.

ÉCHELLE DES SONS. GAMME A TEMPÉRAMMENT ÉGAL. DIAPASON NORMAL.

Dans ce Chapitre nous classerons les sons d'une manière *que nous devons considérer d'abord comme absolument arbitraire.* Le but de ce Livre est précisément de montrer quelles sont les raisons profondes de cette classification; mais, pour la clarté de l'exposition, il est préférable de se familiariser avec l'échelle des sons, et par conséquent de ne pas suivre l'ordre qui semblerait strictement logique.

8. *Octave. Intervalles musicalement équivalents. Intervalles renversés.* — L'expérience montre que deux sons dont les hauteurs sont dans le rapport 2 : 1 ou qui diffèrent de 301 savarts, ont tant de ressemblance, qu'on peut les considérer comme *une sorte* de répétition l'un de l'autre. Nous prouverons que l'un est généralement partie constituante de l'autre, d'où l'affinité si marquée. Ils sont dits à *l'octave*, pour des raisons que nous verrons plus loin.

L'expérience montre encore que la nature d'un intervalle change musicalement peu, si l'on prend un des sons qui le composent, une ou plusieurs octaves au-dessus ou au-dessous. On peut donc, sans changer *notablement* l'effet musical d'un intervalle, y ajouter ou en retrancher un nombre quelconque de fois 301 savarts. On peut dire encore que les sons, dont les hauteurs sont dans les rapports a, $2a$, $4a$, ... $2^n a$, forment des accords qui musicalement s'équivalent à peu près.

Cette équivalence n'est pas une identité absolue, mais une ressemblance qu'il est bien plus facile de constater que de définir.

Lorsque le son le plus haut d'un accord passe au-dessous de l'autre par des mises successives aux octaves inférieures (ou inversement), on dit qu'il y a *renversement*. Ainsi deux sons dont les nombres de vibrations sont comme 2 : 3, donnent le même intervalle *renversé*, si le son 3 est baissé d'une octave; les hauteurs sont alors comme $2 : \frac{3}{2}$ ou $4 : 3$.

Il résulte des propositions précédentes qu'on peut regarder tous les intervalles comme compris dans une octave, et par conséquent les exprimer, soit par des rapports compris entre 1 et 2, soit par des nombres de savarts compris entre 0 et 301.

9. *Gamme chromatique à tempérament égal. Tons et demi-tons. Intervalles principaux.* — L'octave est divisée en douze intervalles *égaux* qu'on appelle *demi-tons*. Voici les noms donnés aux sons intermédiaires :

ut, *si*♯ — (*ut*♯, *ré*♭) — *ré* — (*ré*♯, *mi*♭) — *mi*, *fa*♭ — *fa*, *mi*♯
— (*fa*♯, *sol*♭) — *sol* — (*sol*♯, *la*♭) — *la* — (*la*♯, *si*♭)
— *si*, *ut*♭ — *ut*, *si*♯.

Sur le piano, l'orgue, l'harmonium, les touches blanches, au nombre de huit, y compris l'octave de la première note, correspondent aux notes non placées entre parenthèses; les touches noires, au nombre de cinq par octave, aux notes inscrites entre parenthèses. Le signe ♯ se lit *dièse*, le signe ♭ se lit *bémol*. L'ensemble de ces douze sons (13 y com-

pris l'octave de la première note appelée *tonique*) forme la *gamme chromatique à tempérament égal ou bien tempérée.*

L'intervalle d'octave valant 301 savarts, mais le savart étant à la limite des intervalles perceptibles, chaque intervalle de la gamme chromatique à tempérament égal vaut 25^{σ}; c'est le *demi-ton tempéré* que nous représentons par la lettre *t*. Pour exprimer que deux sons font l'intervalle de demi-ton, nous les séparons par un seul trait, *ut* — *ut*♯. Le *ton bien tempéré* vaut 50^{σ} : nous le représentons par la lettre T et nous écrivons avec un double trait $ut = ré$. Nous écrivons suivant la même règle, $ut \equiv ré$♯.

L'octave comprend donc six tons ou douze demi-tons.

Si nous ne considérons que les notes *non altérées, c'est-à-dire les notes ni diésées, ni bémolisées,* il ne reste plus que la série des sons

$$ut = ré = mi - fa = sol = la = si - ut,$$

que nous apprendrons plus tard à connaître sous le nom de *gamme diatonique majeure*. Cette gamme *avec la tonique ut* correspond aux touches blanches du piano. On appelle intervalle *diatonique*, l'intervalle d'une note de la gamme diatonique à la suivante. Ils sont inégaux, et valent soit un ton, soit un demi-ton.

On appelle seconde, tierce, quarte, quinte, sixte, septième, octave, les intervalles entre une note de la *gamme diatonique* et la première, la seconde, la troisième, ... note qui suit. Naturellement chacun de ces intervalles peut avoir plusieurs valeurs, suivant la note initiale que l'on choisit. L'intervalle est dit *juste* ou *majeur* quand il est égal à celui qui correspond à la gamme d'*ut* majeur avec l'*ut* comme note initiale. Voici les valeurs des intervalles *justes ou majeurs*.

Seconde.	Tierce.	Quarte.	Quinte.	Sixte.	Septième.	Octave.
T	2T	$2T + t$	$3T + t$	$4T + t$	$5T + t$	6T

L'intervalle *augmenté* est égal à l'intervalle majeur de même nom *plus un demi-ton*. L'intervalle *mineur* est égal à l'intervalle majeur de même nom *moins un demi-ton*. La tierce et la septième *diminuées* valent l'intervalle majeur *moins un ton*. La quarte, la quinte et l'octave *diminuées* valent l'intervalle majeur *moins un demi-ton :* on n'emploie pas ici le mot mineur.

Ainsi l'intervalle *ut, mi* est une tierce majeure; *ut, mi♭* est une tierce mineure; *ré♯, fa* est une tierce diminuée. L'intervalle *ut, sol* est une quinte majeure; *si, fa* est une quinte diminuée; *ut, sol♯* est une quinte augmentée. Ce même intervalle peut s'écrire *ut, la♭* et devient une sixte mineure.

10. *Échelle absolue des sons. Diapason normal. Échelle des physiciens.* — Il n'y a *a priori* aucune raison pour imposer à une note de nom donné un *certain* nombre de vibrations. Ce n'est évidemment qu'une affaire de convention; mais comme il est nécessaire que les instruments à sons fixes de facteurs différents puissent être utilisés simultanément, on conçoit que la fixation *d'un diapason normal* ait fait l'objet d'une convention internationale. Depuis 1859 il est entendu que le *la* du milieu du clavier, *la normal,* fait 435 vibrations par seconde.

Ceci posé on distingue les différentes octaves par des indices; l'octave 1 comprend les sons ut_1, $ré_1$, ..., si_1; l'octave 2 les sons ut_2, $ré_2$, ..., si_2; ainsi de suite.

Le *la* normal s'écrit *conventionnellement* la_3.

Il faut signaler ici une curieuse anomalie. Tout le monde est d'accord sur la notation des octaves qui commencent par ut_1, ut_2, ut_3, ... Mais beaucoup de musiciens oublient l'octave d'indice 0 et passent de si_{-1} à ut_1. Il n'y a aucune raison pour cela et nous maintiendrons la notation normale.

Il n'est pas difficile de suivre les variations du *la normal* au cours des siècles derniers, car on sait quelles étaient les longueurs des tuyaux d'orgue et les notes qu'ils étaient censés émettre. En 1700, par exemple, le *la* faisait à Paris 405 vibrations. Il était parvenu en Italie vers 1855 à 448 et à Londres à 455. La tendance à monter s'explique par le désir des facteurs d'instruments de cuivre, de donner à leurs produits une plus grande sonorité.

Cette variation énorme du *la* normal, qui prouve l'arbitraire inhérent à un tel problème (l'intervalle 455 : 405 vaut 51^σ, soit un ton) amène à regretter qu'on n'ait pas choisi *l'échelle des physiciens.*

Ils prennent pour les différents *ut* des puissances exactes de 2; voici leur échelle absolue :

ut_{-1}.	ut_0.	ut_1.	ut_2.	ut_3.	ut_4.	ut_5.	ut_6.	ut_7.
16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

Le la_3 des physiciens fait 427 vibrations par seconde.

Le tuyau *cylindrique ouvert à embouchure de flûte* ayant pour fondamental le ut_{-1} (16 vibrations à la seconde) a pour longueur (d'après la formule $N = V : 2l$), $(332 : 32 =) 10^m,4$ environ à 0°. L'ancien pied vaut $32^{cm},48$; 32 pieds font précisément $10^m,4$. C'est le son le plus grave des orgues.

On a donc les concordances suivantes :

Longueur du tuyau ouvert en pieds.	32^p	16^p	8^p	4^p	2^p
Son rendu à 0°	ut_{-1}	ut_0	ut_1	ut_2	ut_3
Nombre de vibrations............	16	32	64	128	256

La hauteur du son dépend de la température, par le facteur

$$\sqrt{1+\alpha t} = 1 + \frac{\alpha t}{2} = 1 + \frac{t}{546}.$$

Évaluons les intervalles en savarts : si t n'est pas trop différent de zéro, on peut développer en série

$$\log\left(1 + \frac{t}{546}\right) = 0,434\,\frac{t}{546} = 0^\sigma,8.t.$$

Le son monte d'environ 0,8 savart par degré d'élévation de température pour tous les instruments à vent. Il ne faut pas oublier ce résultat pour juger de l'accord possible entre les instruments d'un orchestre, avant le concert et après que la salle s'est échauffée. Pendant le cours d'un morceau la température s'élève par exemple, les instruments à vent montent; quant aux instruments à cordes, ils subissent des variations de hauteur qui dépendent et de la température et des conditions hygrométriques.

11. *Écriture des sons. Portées. Clefs.* — On convient de ne représenter que les notes *ut, ré, mi, fa, sol, la, si* et les mêmes notes élevées ou abaissées d'une ou plusieurs octaves. On se sert d'un groupe de cinq *lignes* horizontales nommé *portée;* les lignes sont numérotées de *bas en haut;* elles séparent quatre espaces appelés *interlignes* numérotés aussi de bas en haut. On peut ajouter des lignes supplémentaires au-dessus et au-dessous de la portée; mais, pour faciliter la lecture, elles ne sont pas continues.

Les notes sont des signes généralement ovales qu'on place, soit à cheval sur une ligne, soit dans un interligne. *Quand*

on passe d'une note à cheval à la note qui se trouve dans l'interligne au-dessus, on monte d'un intervalle diatonique. De même, quand on passe d'une note écrite dans un interligne à la note à cheval sur la ligne au-dessus.

On représente, dans cette méthode d'écriture, non pas les intervalles, mais seulement les noms des notes. Aussi a-t-on bien des fois déclaré cette manière de figurer les sons parfaitement illogique, et imaginé une infinité de systèmes théoriquement plus parfaits, mais que l'expérience a tous démontrés infiniment moins commodes; nous en dirons quelques mots plus loin.

Reste à fixer la position d'une note choisie arbitrairement. On y parvient à l'aide d'une clef, signe qui indique la position d'une certaine note et par conséquent détermine sur la portée la position de toutes les autres.

Voici les clefs usitées de nos jours et leurs *positions* principales.

Il y en a trois; la plus basse, ou *clef de fa,* marque la position du fa_2; la moyenne marque la position du son à la quinte au-dessus, ut_3; la troisième marque la position du son encore à la quinte au-dessus, sol_3. Ces clefs se posent sur une ligne et jamais dans un interligne; elles permettent d'indiquer sur quelle ligne est placée la note à laquelle elles correspondent (¹).

Pour ne pas compliquer inutilement la lecture, on n'emploie que cinq positions pour les clefs.

Clef de *fa*, quatrième ligne (basse, piano main gauche).
Clef d'*ut*, quatrième ligne (ténor).
Clef d'*ut*, troisième ligne (alto).
Clef d'*ut*, première ligne (soprano).
Clef de *sol*, seconde ligne (violon, piano main droite).

(¹) Les anciens écrivaient les notes

A	B	C	D	E	F	G
la	*si*	*ut*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*

Ces notations sont encore employées en Allemagne et sur les caisses d'harmonie des pianos. Les figures des clefs de *fa*, d'*ut* et de *sol*, ne sont que des altérations au cours des temps des trois lettres F, C, G.

Mais rien n'empêche de mettre une des trois clefs sur une ligne quelconque : on a effectivement utilisé bien d'autres positions.

Conventionnellement la musique écrite avec une clef peut être lue à une ou plusieurs octaves au-dessus ou au-dessous de la notation. C'est ainsi que la partie de ténor s'écrit souvent en clef de *sol* une octave au-dessus du son réel. La clef indique donc la position, non plus du sol_3, mais du sol_2.

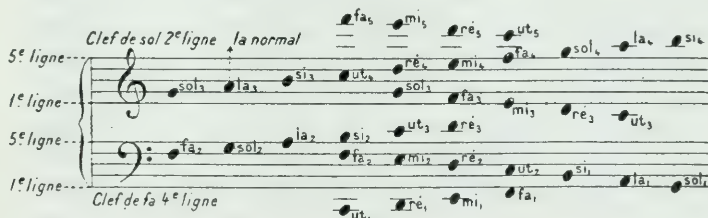
L'emploi des différentes clefs permet de faire rentrer au mieux dans les cinq lignes de la portée les notes les plus fréquemment utilisées par un instrument. On remarquera qu'on pourrait noter un air entier sur la même ligne en changeant la clef à chaque degré. Ces généralités deviendront plus claires grâce aux exemples suivants.

La musique de piano est écrite *pour la main droite en clef de sol deuxième ligne.* La figure 1 représente la clef dans cette position; le sol_3 est à cheval sur la deuxième ligne. On a dès lors toute la série des sons représentés. Il n'y a pas de limites pour les sons supérieurs; pour les sons inférieurs, en multipliant le nombre de lignes, on risque de rencontrer la seconde portée utilisée. A mesure que le nombre des lignes supplémentaires augmente, la lecture devient moins facile.

La musique de piano est écrite *pour la main gauche en clef de fa quatrième ligne.* Le fa_2 est à cheval sur la quatrième ligne.

La figure montre qu'on peut ainsi commodément écrire,

Fig. 1.

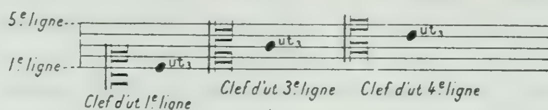


sans ajouter trop de lignes supplémentaires, toutes les notes du fa_0 au fa_5. Le piano va du la_{-1} (27^v) au la_6 (3480^v) et contient 7 octaves. Les octaves extrêmes seraient difficiles à écrire et à lire. Aussi convient-on de lire une note à l'octave

supérieure, si elle est surmontée du signe 8^a ...; à l'octave inférieure, si elle surmonte le signe 8^a ....

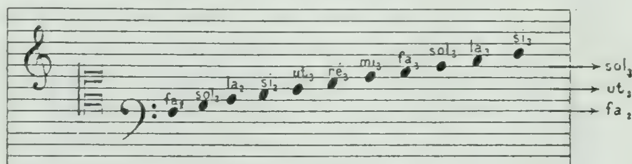
La figure 2 montre les positions les plus usitées de la clef d'*ut*.

Fig. 2.



On peut présenter la théorie des clefs d'une manière un peu différente et très simple. Traçons une série de traits équidistants (*fig.* 3) en nombre quelconque. Disposons nos

Fig. 3.



trois clefs, la clef de *fa* sur une ligne arbitraire, les autres convenablement par rapport à cette première, c'est-à-dire de deux en deux traits en montant. Appelons *portée* un ensemble de cinq lignes quelconques se suivant dans le système général des lignes tracées. La théorie des clefs revient à dire que nous pouvons prendre où nous voulons ces cinq lignes consécutives, à la seule condition que l'une des trois clefs se trouve sur une des cinq lignes choisies. La portée la plus basse que nous puissions obtenir est donc en clef de *fa* cinquième ligne, la portée la plus haute est en clef de *sol* première ligne. On remarquera que les clefs basse et haute usitées sont très voisines de celles-ci (clef de *fa* quatrième ligne, clef de *sol* deuxième ligne). Il est évident que, pour beaucoup de positions de la portée, il y a deux clefs possibles; on en retranche une comme inutile. Par exemple, on est simultanément en clef de *fa* seconde ligne et en clef d'*ut* quatrième ligne.

12. *Altérations. Armures de clef. Valeurs des notes.* —

D'après ce système de notation, *on n'écrit que les notes non altérées.* Lorsqu'il se rencontre une note altérée, on fait *précéder* la note non altérée d'un des signes d'altération.

Le signe ♯ *dièse* la monte d'un demi-ton ; le signe ♭ *bémol* la baisse d'un demi-ton; le signe ♯♯ *double dièse* la monte d'un ton; le signe ♭♭ *double bémol* la baisse d'un ton.

Pour ne pas avoir à écrire trop de signes d'altération, on met une fois pour toutes près de la clef ce qu'on appelle *une armure de clef :* on indique une fois pour toutes les notes qui doivent être bémolisées ou diésées. Pour des raisons que nous verrons plus loin, les armures de clef contiennent de 1 à 7 dièses dans l'ordre suivant : *fa, ut, sol, ré, la, mi, si;* de 1 à 7 bémols dans l'ordre inverse : *si, mi, la, ré, sol, ut, fa.* Par exemple, s'il n'y a qu'un dièse, c'est un *fa;* s'il y en a trois, ce sont *fa, ut, sol.* S'il y a cinq bémols, ce sont *si, mi, la, ré, sol,* et ainsi de suite.

L'armure de clef posée, si, au cours du morceau, on veut supprimer une altération, on emploie le signe ♮ *bécarre :* la note redevient *naturelle.*

Pour indiquer la durée plus ou moins grande d'un son, on modifie les accessoires du cercle ou de l'ovale qui figure la note (*voir* Chap. VIII).

13. *Remarques sur la notation musicale.* — La notation musicale actuelle repose donc *sur l'écriture des noms des notes et non sur l'écriture des intervalles.* Deux sons, identiques dans la gamme bien tempérée, peuvent occuper sur la portée des places différentes, par exemple *ut* ♯ et *ré* ♭. Malgré tout son illogisme apparent, la notation actuelle est quasi parfaite : il est désirable que les inventeurs utilisent leurs loisirs autrement qu'à en chercher de nouvelles. Du reste, il y a bien des chances pour qu'ils retrouvent une notation déjà proposée et déjà repoussée.

Les inventeurs malheureux se classent en deux groupes. Les uns, à la suite de J.-J. Rousseau, représentent aussi *les noms des notes,* mais abandonnent les portées et utilisent des chiffres. Les 7 premiers chiffres représentent les 7 notes. Un tel système peut avoir des avantages dans l'instruction primaire orphéonique, elle n'a que des inconvénients dans l'écriture d'une partie un peu compliquée. Le principal était

connu et admis par Rousseau lui-même : une lecture rapide d'accords est impossible, car le mouvement des sons ne correspond plus à la pente des lignes formées sur le papier par les suites de notes.

Les autres cherchent à représenter les intervalles et non plus le nom des notes. Ils pourraient avoir raison dans un autre système musical que le nôtre; mais, *avec nos gammes diatoniques incomplètes*, ils rendent l'écriture indéchiffrable.

Il ne faut pas oublier qu'il n'est guère possible de lire plus d'une portée à la fois.

Si l'on étudie la manière dont un pianiste suit ses deux portées, plus les deux portées du violon et du violoncelle, par exemple, quand il exécute un trio, on s'aperçoit qu'il lit *d'abord* un ou plusieurs temps, une ou plusieurs mesures d'une des portées, *puis* un ou plusieurs temps, une ou plusieurs mesures d'une autre portée,... et ainsi de suite; mais qu'il ne lit pas *simultanément* les quatre portées; la mémoire fait le reste. Les inventeurs qui multiplient les portées, écrivent par exemple la musique de piano sur trois ou quatre portées de trois lignes, ne se rendent pas compte qu'ils augmentent considérablement le travail des yeux.

D'autre part le nombre de cinq lignes par portée est un maximum : il est impossible sans un effort considérable de lire sur six lignes : on confond toujours les lignes moyennes.

14. *Limites des sons perceptibles.* — Il semble aisé de déterminer à partir de quel nombre de vibrations l'oreille a la sensation d'un son musical; c'est pourtant un problème complexe.

Tout d'abord il faut utiliser des sons *rigoureusement simples.* Savart employait une barre tournant autour d'un axe normal à sa longueur et fixé en son milieu. A chaque demi-révolution, une moitié de la barre traverse une fente ménagée dans une planche dont le plan passe par l'axe de rotation. Il résulte de ces passages des secousses isolées de la masse d'air, *très courtes par rapport à la période du phénomène* qui est la durée du demi-tour. Les harmoniques sont par conséquent très intenses, et les sons, qu'on entend d'après Savart *dès qu'il y a* 8 *secousses par seconde,* correspondent

aux harmoniques dont la période est 2, 3, 4, ... fois plus courte que la durée du demi-tour. Il est clair qu'une telle expérience n'a pas de sens.

De plus il faut utiliser des sons très intenses; car l'expérience montre qu'*à égalité de travail mécanique, l'effet physiologique croît considérablement quand la hauteur des sons croît.* Par conséquent, si l'on veut entendre des sons très graves, il faut qu'ils aient une amplitude énorme.

Les grands tuyaux *bouchés* de l'orgue sont donc les instruments les plus convenables pour déterminer la limite des sons graves perceptibles.

L'expérience montre que l'oreille reconnaît très difficilement la hauteur des sons *simples* dont la période est de l'ordre de $\frac{1}{30}$ de seconde. On sait que le son le plus bas du piano est le la_{-1} (27 vibrations) et qu'il possède un caractère musical très net : *mais ce son émis par un piano est infiniment loin d'être simple.* Au contraire le ut_0 (32 vibrations) *donné par un tuyau bouché* de l'orgue, donne un son tremblé auquel il est quasiment impossible d'assigner une place déterminée dans l'échelle musicale.

Au-dessous du ut_0, dans l'octave -1 par conséquent, la sensation de secousses isolées s'accentue *pour les sons simples.* A proprement parler, il n'y a plus *sensation musicale,* quel que puisse être d'ailleurs l'effet *émotionnel* des vibrations aériennes agissant comme de véritables coups.

Helmholtz a cherché la solution du même problème dans l'emploi de cordes surchargées en leur milieu et donnant, outre le fondamental, des sons partiels très élevés et facilement discernables. Les résultats sont les mêmes : *la sensation continue commence vers* 30 *vibrations à la seconde, la hauteur musicale déterminée vers* 40.

Dans le haut cette limite est éminemment variable suivant les individus. On admet généralement qu'elle est de l'ordre de 38000 vibrations; le son correspondant se trouve dans l'octave 10, par conséquent de 3 à 4 octaves au-dessus de l'extrémité supérieure du piano.

15. *Série des harmoniques. Cor. Trompette marine.* — Nous pouvons maintenant dénommer les divers harmoniques d'un fondamental.

Soit ut_0 le fondamental ; les harmoniques font 2, 3, 4, . . . , n fois plus de vibrations par seconde.

ut_0.	ut_1.	sol_1.	ut_2.	mi_2.	sol_2.	$si^{\flat}_2$.
1	2	3	4	5	6	7
0	0	176	0	97	176	243

ut_3.	$ré_3$.	mi_3.	$fa^{\sharp}_3$.	sol_3.	la_3.	$si^{\flat}_3$.	si_3.	ut_4.
8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	51	97	138	176	211	243	273	0

On trouve inscrit au-dessous de la note l'intervalle avec le fondamental exprimé en savarts, *tous les sons étant ramenés dans la même octave.*

Aucun d'eux n'est *identique* avec les sons de la gamme tempérée précédemment définie. Ils sont identiques (les sons 7, 11, 13 et 14 exceptés) à ceux d'une gamme que nous apprendrons à connaître sous le nom de *naturelle* et dont voici les intervalles :

ut.	*ré.*	*mi.*	*fa.*	*sol.*	*la.*	*si.*	*ut.*
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
1	51	97	125	176	222	273	301

Les sons 7 et 14 sont des $si_{\flat}$ trop bas (243^{σ} avec l'*ut*), puisque le $si_{\flat}$ tempéré fait avec l'*ut* un intervalle de 251 savarts ; la différence est près de 2 commas. Le son 11 est à peu près à égale distance du *fa* tempéré (125) et du $fa_{\sharp}$ tempéré (150) ; on peut aussi bien le considérer comme un $fa_{\sharp}$ trop bas ou comme un *fa* trop haut. Le son 13 est un *la* trop bas de 3 commas, plus près par conséquent d'un $la_{\flat}$ que d'un *la*.

La série des harmoniques est l'*échelle* d'un tuyau ouvert *cylindrique à embouchure de flûte ;* c'est aussi l'échelle d'un *tube conique à anche*, par exemple du *cor*.

Le cor en *ut* est un long tube conique enroulé de 5^m environ ; comme un tuyau conique à anche se conduit exactement comme un tuyau cylindrique à embouchure de flûte, il a pour fondamental l'ut_0 de 32 vibrations ; son échelle est donc justement la série précédente : on l'écrit en clef de *sol*, une octave au-dessus du son réel. Le cor n'émet pas une gamme

chromatique complète; on en obtient une en *baissant* certains harmoniques par l'introduction plus ou moins profonde de la main dans le pavillon. On donne ainsi les sons *bouchés*, voilés et incertains, dont le timbre s'oppose à celui des sons *ouverts*, harmoniques purs qui résonnent avec éclat.

Le cor présente au point de vue acoustique le grand intérêt de nous fournir la série complète des harmoniques.

En modifiant par des *rallonges* la longueur du tube, on peut modifier le fondamental et obtenir plusieurs séries harmoniques, nécessaires pour jouer commodément dans tous les tons.

La *trompette marine* est, pour les instruments à cordes, l'analogue du cor pour les cuivres. Elle se réduit à une table d'harmonie sur laquelle est fixée une corde dont on utilise toujours la longueur entière; le doigt ne sert qu'à changer le numéro d'ordre de l'harmonique utilisé. L'instrument est aujourd'hui abandonné.

CHAPITRE III.

RÉSONANCE. THÉORIE DE L'OREILLE.

Nous exposons dans ce Chapitre la théorie *physique* de l'oreille. Il est important de fixer le point de vue d'où nous nous plaçons. *Nous ne faisons pas de physiologie;* nous disons que tout se passe comme si l'oreille avait telle constitution mécanique. C'est aux physiologistes à chercher le mécanisme réel : mais, de ce qu'ils ne le trouvent pas ou ne sont pas d'accord, *il ne résulte rien contre nos propositions.* Il est fort inutile d'objecter que les fibres de Corti, par exemple, ne peuvent jouer tel ou tel rôle; *c'est complètement indifférent au physicien.* Si les fibres de Corti n'interviennent pas, quelque autre organe intervient qu'il n'a pas à préciser.

Helmholtz précise, il est vrai, parce qu'il est à la fois physicien et physiologiste : nous laissons de côté ce qu'il dit. Séparant ainsi des questions très différentes, nous arrivons à asseoir un édifice moins grand d'une manière plus solide.

A la base de tous les raisonnements se trouve la théorie élémentaire de la résonance.

16. *Théorie élémentaire de la résonance.* — Nous supposons qu'un point est soumis : 1° à une force élastique qui le ramène à sa position d'équilibre et qui est proportionnelle au déplacement du point à partir de cette position ; 2° à des frottements que, *pour simplifier,* nous admettons proportionnels à la vitesse; 3° à une force extérieure sinusoïdale en fonction du temps. Nous demandons la loi d'oscillation du point vibrant.

L'équation du mouvement est

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}+f\frac{d\theta}{dt}+C\theta=A\sin\omega t.$$

I est, suivant les cas, une masse ou un moment d'inertie.

C et A sont, suivant les cas, une force ou un couple;

f a, suivant les cas, les dimensions d'une force ou d'un couple multipliées par un temps.

A. Considérons l'équation privée de second membre. Nous savons qu'elle admet pour solution

$$\theta=\theta_0 e^{-\lambda t}\sin\Omega' t,$$

avec les conditions

$$\Omega'=\frac{2\pi}{T'},\qquad T'=2\pi\sqrt{\frac{I}{C-\frac{f^2}{4I}}},\qquad \lambda=\frac{f}{2I}.$$

Les oscillations sont isochrones, de période T' et décroissent en progression géométrique.

Quand le frottement est nul, $f=0$, la période devient $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$. Le son T' s'appelle *son propre du corps;* le son T s'appelle, nous verrons tout à l'heure pourquoi, *son de plus forte résonance.*

On démontre que, si le frottement reste petit, les sons T et T' diffèrent extrêmement peu; la durée d'oscillation est à peu près indépendante de l'amortissement.

L'amortissement pendant une période est mesuré par le facteur $e^{-\lambda T'}$ ou très approximativement $e^{-\lambda T}$.

Soient θ_1 et θ_2 les amplitudes du même côté de la position d'équilibre pour deux oscillations consécutives; le mobile y arrive pour des temps t et $t+T'$. On a

$$\theta_1 : \theta_2 = e^{\lambda T'} = 1 + \lambda T',$$

si l'amortissement n'est pas trop grand. Nous posons

$$\frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1} = \delta = \lambda T' = \frac{fT'}{2I} = \frac{fT}{2I}.$$

Au même degré d'approximation

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{\delta^2}{8\pi^2}.$$

B. Rétablissons maintenant le second membre. La solution générale se compose de deux termes : d'abord du terme précédent qui s'annule généralement vite, puis d'un terme périodique non amorti qui constitue la résonance. L'équation différentielle est en effet vérifiée par le mouvement

$$\theta = \frac{A \sin \varepsilon}{f\omega} \sin(\omega t - \varepsilon) = \theta_0 \sin(\omega t - \varepsilon), \qquad \operatorname{tang} \varepsilon = \frac{f\omega}{C - \omega^2 I}.$$

17. *Discussion de la solution périodique non amortie.* — Le mouvement excité a donc la même période $\tau = 2\pi : \omega$ que le son périodique simple excitateur. L'amplitude θ_0 du mouvement excité est proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à l'amplitude de son excitateur. Elle est maxima pour $\sin \varepsilon = 1$. On a alors $C = \omega^2 I$. *La période τ est alors égale à ce que serait la période du son propre, si le frottement était nul.* C'est pourquoi le son $T = 2\pi\sqrt{I : C}$ s'appelle *son de plus forte résonance.* Posons $\Omega = 2\pi : T$; il vient

$$\operatorname{tang} \varepsilon = \frac{f\omega}{I(\Omega^2 - \omega^2)}.$$

Il existe toujours une différence de phase ε entre le son excitateur et le son excité; quand l'excitation est maxima, $\Omega = \omega$, $\operatorname{tang} \varepsilon = \infty$, $\varepsilon = \pi : 2$.

Énergie reçue par le corps résonant. — Elle a pour

expression

$$\int_0^\tau A \sin \omega t . d\theta = A \theta_0 \pi \sin \varepsilon.$$

L'énergie moyenne reçue est donc

$$w = \frac{A \theta_0 \pi \sin \varepsilon}{\tau} = \frac{A^2 \sin^2 \varepsilon}{2f}.$$

Elle est maxima quand le son excitateur est à l'unisson du son de plus forte résonance du corps excité ; à mesure que ε s'éloigne de $\pi : 2$, l'énergie reçue décroît rapidement.

Appelons W l'énergie transmise pour le son de plus forte résonance Ω. On a alors $\sin^2 \varepsilon = 1$; $w = W \sin^2 \varepsilon$.

Pour préciser les discussions qui vont suivre, nous changerons de variable. Posons $\alpha = f : 2I\Omega$. La loi de décroissance des oscillations du corps *abandonné à lui-même* dépend du facteur $e^{-\lambda t}$. Mettons en évidence le nombre n d'oscillations effectuées ; nous devons poser $t = nT'$, ou très approximativement $t = nT$. Le facteur amortissant devient $e^{-\lambda T . n}$.

Or

$$\alpha = \frac{f}{2I\Omega} = \frac{\lambda}{\Omega} = \frac{\lambda T}{2\pi};$$

d'où

$$e^{-\lambda T . n} = e^{-2\pi n \alpha}.$$

La variable α peut donc servir à caractériser l'amortissement.

Introduisons l'intervalle i entre le son τ et le son T ; $i = \omega : \Omega$. On peut écrire

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tang} \varepsilon = \frac{2\alpha i}{1 - i^2} = 2\alpha : \left(\frac{1}{i} - i\right).$$

Au signe près on a le même ε que l'on prenne $i = \omega : \Omega$ ou $i = \Omega : \omega$. La valeur de $\sin^2 \varepsilon$ n'est donc pas modifiée.

18. *Relation entre l'amortissenent et le champ de résonance.*

Premier problème. — On se donne un corps caractérisé par un certain α. On fait varier l'intervalle i ; on demande comment varie le rapport $\rho = w : W = \sin^2 \varepsilon$. L'équation (1) permet de calculer ε et par conséquent $\sin^2 \varepsilon$ en fonction de i.

On obtient ainsi un faisceau de courbes (ρ en ordonnées,

i en abscisses) qui admettent les valeurs de α comme cotes. Elles sont en forme de cloche, présentent un maximum pour $i = 1$ (unisson, $\rho = 1$); les deux branches tendent vers l'axe des i asymptotiquement, quand i tend vers ∞ ou tend vers zéro.

Plus α est petit, plus la courbe se rapproche rapidement de l'axe des i; si α est extrêmement petit, si par conséquent il s'agit d'un corps ayant un amortissement négligeable, ρ passe brusquement de la valeur 1 (pour $i = 1$) à la valeur 0, pour peu que i diffère de l'unité en plus ou en moins. Le corps ne résonne donc que sous l'influence d'un son à l'unisson : le champ de résonance est nul.

Au contraire, si α est grand, la courbe descend lentement vers l'axe des i. Le champ de résonance est grand. Assurément, à cause du grand amortissement, l'amplitude de la vibration d'influence n'est pas très grande, *même pour* $\tau = T$; toutefois le son excitateur peut différer notablement du son propre du corps, sans que cette amplitude devienne une fraction très petite de sa valeur maxima.

Si l'amortissement est petit, l'amplitude maxima est énorme, mais la moindre variation du son excitateur la ramène à 0.

Second problème. — Il n'est en somme qu'une autre manière de présenter les remarques précédentes : je choisis l'exemple numérique d'Helmholtz.

C'est maintenant $\rho = w : W$ qu'on maintient constant; on se propose de calculer la relation entre α et i sous une forme concrète.

Supposons les conditions telles que l'énergie w transmise au corps excité soit le dixième de l'énergie W qui serait transmise si la résonance était maxima. Il faut poser $\sin^2\varepsilon = 0,1$; d'où $\tan\varepsilon = 1 : 3$. La condition à satisfaire est donc : $1 - i^2 = 6\alpha i$, $6\alpha = \frac{1}{i} - i$.

Soit, par exemple, l'intervalle i d'un ton : $i = \frac{8}{9}\cdot$ Il vient $\alpha = 17 : 432$, $\lambda T = 0,247$.

Ceci posé, cherchons après quel nombre d'oscillations *l'intensité du son du corps abandonné à lui-même* est réduite

au 1 : 10 de sa valeur. Les intensités étant proportionnelles aux carrés des amplitudes, le facteur d'amortissement est $e^{-4\pi n\alpha}$. Nous devons poser : $e^{4\pi n\alpha} = 10$, $4\pi n\alpha = 2,302$. D'où $n = 4,75$. Nous pouvons recommencer les calculs pour la même hypothèse $\rho = 0,1$ et toute une série de valeurs de i. Voici le tableau d'Helmholtz.

Intervalles i.	Nombre n de vibrations au bout desquelles l'intensité du son est réduite au 1 : 10.
$\frac{1}{8}$ ton	38,00
$\frac{1}{4}$ ton	19,00
$\frac{1}{2}$ ton	9,50
$\frac{3}{4}$ ton	6,33
1 ton	4,75
$\frac{5}{4}$ ton	3,80
$\frac{3}{2}$ ton	3,17
$\frac{7}{4}$ ton	2,71
2 tons	2,37

La résonance est maxima pour $i = 1$. Admettons déterminé par un procédé quelconque au bout de combien d'oscillations l'intensité du son d'un corps *abandonné à lui-même* tombe au dixième de sa valeur. D'après ce qui précède, nous saurons calculer pour quel intervalle, entre le son excité et le son propre du corps, l'énergie communiquée au corps n'est que le dixième de l'énergie communiquée maxima qui correspond à l'unisson.

Ces bases mécaniques posées, voici les raisonnements d'Helmholtz, qui forment un des plus beaux enchaînements logiques qu'on puisse imaginer. Je les systématise seulement pour mieux les faire comprendre.

Il est bien évident d'abord, en vertu de la forme linéaire de l'équation que nous admettons, c'est-à-dire en vertu du principe des petits mouvements (dont nous discuterons plus loin la légitimité), qu'un son complexe excite toutes les vibrations simples en lesquelles on peut le décomposer, avec des intensités que les équations précédentes permettent de calculer.

19. *Proposition. L'oreille ne vibre pas uniquement*

comme un système entier pour tous les sons. Il doit y exister des parties qui sont mises en vibration par les sons de hauteurs différentes et qui donnent les sensations de ces sons.

Le raisonnement s'appuie sur la netteté avec laquelle les trilles sont perçus par l'oreille.

Supposons que, sous l'influence d'un son *quelconque*, l'oreille entre tout entière en vibration; il faut admettre un champ de résonance extrêmement étendu et conséquemment un amortissement énorme. Sitôt le son excitateur supprimé, il ne reste plus que la vibration *propre* du corps excité (ici l'oreille vibrant en entier par hypothèse). D'où trois conclusions : 1° on entendrait comme queue d'un son *quelconque*, un son *toujours le même*, le son propre de l'oreille; 2° les trilles seraient aussi nets dans le haut que dans le bas de l'échelle; 3° les trilles les plus rapides seraient perçus parfaitement distincts, vu la grandeur de l'amortissement.

Or il n'en est pas ainsi.

1° Nous ne percevons, il est vrai, aucun son propre de l'oreille; donc l'oreille vibrant en entier, *à supposer qu'elle vibre,* a un amortissement quasiment infini; 2° cependant les trilles dans le grave deviennent indistincts s'ils sont rapides, bien plus facilement que dans le haut de l'échelle; ce qui prouve que différents amortissements interviennent; 3° enfin l'amortissement des parties qui vibrent sous l'influence d'un son donné n'est pas infini, puisqu'un trille de 10 notes à la seconde n'est plus net dans le grave.

Il est certain que le tympan et l'appareil moyen de l'oreille, dont le rôle est de transmettre les sons, vibrent sous l'influence de *tous* les sons perceptibles; donc leur amortissement doit être énorme : ils ne peuvent pas intervenir dans l'impossibilité d'entendre distinctement des trilles rapides. Donc il existe, outre ces portions de l'oreille, d'autres portions pour lesquelles le son se maintient plus longtemps, dont l'amortissement est plus petit, et dont par conséquent le champ de résonance est moins étendu : ces parties sont mises en vibration par des sons de hauteurs différentes.

Le raisonnement est corroboré par les différences de perception des trilles dans le grave et dans l'aigu.

Mais il faut bien comprendre ce qu'on entend en disant

que chaque partie de l'oreille vibre sous l'influence d'un son déterminé. Cela veut dire que le mouvement communiqué est plus fort pour ce son-là, *mais que les sons voisins agissent à un degré moindre*. Helmholtz croit pouvoir admettre comme ordre de grandeur que, pour une différence d'un demi-ton entre le son excitateur et le son de plus forte résonance d'une de ces parties, la vibration par influence est encore appréciable.

Nous voici loin de la comparaison si souvent invoquée dans les ouvrages de vulgarisation entre l'oreille et un piano. Vu le très faible amortissement d'une corde tendue, elle ne résonne que pour un son très voisin du son qu'elle rend elle-même. Au contraire, sous l'influence d'un son simple de hauteur donnée, de nombreuses parties mobiles de l'oreille, *quelles qu'elles soient physiologiquement parlant,* entrent en vibration : l'une avec une intensité maxima, les voisines avec des intensités décroissantes. *C'est à l'ensemble de ces mouvements que correspond la sensation d'un son simple.*

Encore une fois, peu importe qu'il faille voir ces organes différents dans les fibres de Corti ou dans d'autres groupes de cellules; mécaniquement tout se passe comme s'il existait des parties mobiles jouissant des propriétés ci-dessus indiquées.

Voici comment Helmholtz cherche à fixer l'amortissement des parties mobiles de l'oreille.

Si l'on exécute sur le la_1 (110 vibrations) un trille de 10 notes à la seconde, le même son revient tous les $\frac{1}{5}$ de seconde. Sûrement le trille ne serait pas net, si l'intensité du son n'était pas réduite au $\frac{1}{10}$ de sa valeur après $\frac{1}{5}$ de seconde, soit 22 vibrations. Il résulte de là que l'amortissement ne correspond pas au premier degré du tableau du § 18 : *il est plus grand.* Il correspond soit au second, soit au troisième. Mais, d'autre part, un trille beaucoup plus rapide ne serait pas net. Donc l'amortissement n'est pas énormément plus grand. Helmholtz admet que la faculté d'étouffement correspond à peu près au troisième degré du Tableau. C'est-à-dire qu'après 10 vibrations, l'intensité du son propre est réduite au $\frac{1}{10}$ de la valeur initiale. D'où la conclusion énoncée ci-dessus pour les intervalles.

20. *Loi d'Ohm. L'oreille n'a la sensation d'un son simple*

que lorsqu'elle est excitée par une vibration pendulaire. Elle décompose tout autre mouvement périodique en une série de vibrations pendulaires (termes de la série de Fourier) qui correspondent chacune à la sensation d'un son simple.

Il faut insister sur le sens de cette loi. On frappe une corde de piano, *nous disons entendre un son :* la loi prétend au contraire que nous entendons un véritable *accord,* composé de tous les harmoniques simultanément émis par la corde. Il y a donc là une sorte de paradoxe qu'il faut expliquer.

Tout d'abord il ne faut pas croire que les harmoniques soient faibles parce qu'ils sont difficiles à observer. On frappe une corde de piano; immédiatement après on la touche légèrement en un point : le son partiel dont le nœud a été touché conserve seul son intensité, tandis que les autres sons partiels s'éteignent. On peut se convaincre, en isolant par ce procédé les premiers harmoniques, qu'ils sont d'une intensité considérable.

La difficulté qu'on a d'entendre les harmoniques comme sons distincts, comme constituants d'un véritable accord, ne tient donc pas à leur faible intensité. Elle provient de ce que toute l'éducation de l'oreille est tournée, non pas vers la décomposition des sons, mais au contraire vers la perception simultanée et comme un ensemble, d'un son et de ses harmoniques. Nous cherchons, par exemple, à reconnaître si le son entendu provient d'un violon ou d'une flûte; nous ne nous attachons pas à discerner, dans les sons *de même hauteur* (§ 1) fournis par les deux instruments, les constituants identiques, c'est-à-dire les harmoniques; nous envisageons comme un tout chacun des deux sons, cherchant à distinguer leur origine par les qualités de ce tout, c'est-à-dire par le *timbre.*

Un grand nombre de circonstances facilitent d'une part la distinction des sons émis par des sources différentes et d'autre part la fusion en un son unique des sons partiels émis par une même source. Le mode d'attaque, de renforcement, la sureté de la tenue, l'inégale durée, la manière de s'éteindre, qui sont des données caractéristiques des sons de deux sources différentes, sont au contraire à peu près identiques pour les sons partiels d'un son unique. Les sons du piano se produi-

sent brusquement par percussion et diminuent rapidement; ceux des instruments de cuivre se posent difficilement et sont tenus sans effort; ceux des instruments à cordes présentent des raclements caractéristiques.... et ainsi de suite. Toutes ces particularités nous aident à les distinguer; elles ne sont d'aucun secours pour la séparation des harmoniques.

Aussi pour apprendre à distinguer les sons partiels doit-on recourir à des moyens auxiliaires. Le plus simple consiste à renforcer l'un d'eux par un résonateur approprié, à porter son attention dessus, puis à éloigner le résonateur de l'oreille. On continue à le percevoir distinctement.

Il n'y a aucune relation entre la justesse d'une oreille et son aptitude à entendre isolément les harmoniques : c'est une affaire d'habitude et d'exercice. Les harmoniques existent donc bien dans la *sensation,* bien que n'arrivant pas toujours à une *perception consciente;* on peut acquérir cette *perception* sans autre secours qu'une direction régulière imprimée à l'attention.

21. *Remarques sur la loi d'Ohm.* — Tant qu'on n'eut pas découvert le rôle absolument fondamental des sons simples ou pendulaires, la théorie des cordes ou des tuyaux fut une pure énigme. Aussi donna-t-elle lieu au XVIIIe siècle à des discussions inextricables entre Bernoulli, Lagrange, Euler, d'Alembert, qui avouaient tous, en définitive, n'y rien comprendre.

« Ayant examiné avec toute l'attention dont je suis capable, écrit Lagrange (T. I, p. 147 de ses Œuvres complètes), les oscillations des cordes tendues, je les ai toujours trouvées *simples et uniques* dans toute leur étendue, d'où il me paraît impossible de concevoir comment divers sons peuvent être engendrés à la fois. » Et cependant le fait était incontesté, qu'une corde frappée n'importe comment donne, *sauf très rares exceptions,* des harmoniques.

Mais Lagrange appelle *simple et unique* une oscillation que nous appelons *complexe, parce que la corde n'a pas la forme sinusoïdale.*

Bernoulli approchait de très près la solution. Il prétendait que la vibration d'une corde est un mélange de plusieurs vibrations partielles *sinusoïdales.* Mais, au lieu de considérer

cette décomposition *comme une pure identité algébrique*, il prétendait qu'il faut distinguer dans une corde différents points qui sont comme des espèces de nœuds ou de points fixes, autour desquels oscille la partie de la corde comprise entre deux de ces points voisins. Les nœuds font eux-mêmes des vibrations par rapport aux extrémités vraiment fixes de la corde. Ces hypothèses compliquées (qu'on retrouve encore dans certains livres d'enseignement secondaire) étaient absolument inutiles, bien qu'elles fussent *en toute rigueur* une manière correcte de représenter le phénomène.

En définitive il manquait aux géomètres et aux physiciens de savoir : 1° qu'une fonction quelconque périodique peut toujours être représentée par une somme de sinus ou de cosinus *avec des différences de phase;* ou, ce qui revient au même, qu'un son périodique peut toujours être représenté par la série des harmoniques *avec des intensités et des décalages convenables* (Euler et d'Alembert déclarent explicitement que c'est impossible); 2° que l'oreille ne perçoit comme simples que les termes de cette série, et décompose en sons partiels un ébranlement périodique quelconque, *si continu qu'il puisse être* (nous avons vu que Lagrange énonce le contraire); 3° que corrélativement une corde peut parfaitement ne faire entendre que le fondamental, *si sa forme initiale est convenable,* et plus généralement que les intensités et les phases des harmoniques dépendent des conditions initiales.

C'est à ce dernier point que se rapporte l'erreur de Rameau et de d'Alembert qui se refusaient à admettre l'existence de sons dépourvus d'harmoniques, parce qu'ils ne savaient pas les obtenir. Ils en arrivaient à déclarer que tout son est *composé;* et c'était même cette complexité qui distinguait pour eux le son du bruit. Evidemment l'expérience leur était favorable, *en ce sens que les sons employés en Musique sont complexes;* mais ils se trompaient en généralisant.

Je reparlerai plus loin de la théorie de Rameau.

22. *Étude objective des battements.* — L'étude de l'audition des battements complète la connaissance des propriétés mécaniques de l'oreille. Je rappelle brièvement leur théorie.

Soient deux mouvements dont les périodes sont voisines.

Soient $n + \frac{\nu}{2}$ le nombre des vibrations de l'un, $n - \frac{\nu}{2}$ le nombre des vibrations de l'autre. *Par hypothèse ils peuvent exister simultanément suivant le principe des petits mouvements;* ils fournissent donc un mouvement résultant

$$R = A \sin 2\pi \left(n + \frac{\nu}{2}\right) t + B \sin 2\pi \left(n - \frac{\nu}{2}\right) t = C \sin(2\pi n t - \gamma).$$

Identifiant les deux membres, il vient comme conditions

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos 2\pi\nu t,$$

$$\operatorname{tang}\gamma = -\frac{A - B}{A + B} \operatorname{tang}\pi\nu t.$$

Nous pouvons donc considérer le mouvement résultant comme une vibration pendulaire d'intensité variable C^2, dont la hauteur n est égale à la hauteur moyenne des deux sons et dont la phase γ est elle-même variable.

Le nombre des maxima d'intensités est égal à ν par seconde, c'est-à-dire la différence des hauteurs des deux sons.

Comme la phase γ est variable, la hauteur du son résultant est elle-même variable. A chaque instant nous pouvons dire que la hauteur N de ce son est

$$N = n - \frac{1}{2\pi} \frac{d\gamma}{dt}.$$

Cela revient à poser pendant un petit intervalle $\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 t$, où γ_0 et γ_1 sont des constantes, et à écrire le son résultant sous la forme $C \sin 2\pi \left(n + \frac{\gamma_1}{2\pi}\right) t$.

Évaluons la hauteur N.

$$N = n + \frac{\nu}{2} \frac{A^2 - B^2}{A^2 + B^2 + 2AB \cos 2\pi\nu t}.$$

N varie donc entre des limites qui correspondent à

$$\cos 2\pi\nu t = \pm 1,$$

c'est-à-dire aux instants où l'intensité C^2 a elle-même ses valeurs maxima et minima.

1° Au maximum d'intensité

$$N = n + \frac{\nu}{2} \frac{A - B}{A + B}.$$

La hauteur est intermédiaire entre celles des sons primaires et se rapproche de la hauteur du son le plus fort, d'autant plus que l'intensité de celui-ci l'emporte davantage.

2° Au minimum d'intensité

$$N = n + \frac{\nu}{2} \frac{A + B}{A - B}.$$

La hauteur est supérieure à celle du son le plus fort, si celui-ci est plus haut que l'autre; elle est inférieure, si le son le plus fort est aussi le plus grave.

L'expérience confirme la théorie. Si l'on écoute les battements lents de deux tuyaux *bouchés* (pour supprimer les harmoniques), on entend une variation de hauteurs. La meilleure méthode pour reconnaître le phénomène consiste à affaiblir tantôt le son le plus haut, tantôt le son le plus bas.

23. *Emploi des battements. Méthode de Sauveur pour la mesure de la hauteur absolue des sons.* — Les battements sont utilisés pour accorder des sons à l'unisson; nous verrons plus loin que, grâce à l'existence des harmoniques, ils permettent aussi l'obtention facile de quelques intervalles très différents de l'unisson.

Sauveur a cherché à les utiliser pour déterminer la hauteur absolue d'un son; il publia vers 1700 une méthode qui mérite d'être rappelée malgré son peu d'exactitude.

Soient N_1 et N_2 les hauteurs de deux sons. L'un est fixe, l'autre est variable. Faisons en sorte qu'ils fassent un intervalle facilement reconnaissable. Nous aurons la première relation

$$N_1 : N_2 = I.$$

Déterminons le nombre Δ des battements par seconde; nous aurons une nouvelle relation : $N_1 - N_2 = \Delta$. D'où

$$N_1 = \frac{I\Delta}{I - 1}, \qquad N_2 = \frac{\Delta}{I - 1}.$$

La mesure en valeur absolue de N_1 et N_2 revient à déterminer avec assez d'exactitude l'intervalle I et le nombre Δ de battements par seconde. Mais l'intervalle I doit être voisin de l'unité et l'*oreille reconnaît mal ces intervalles.* Sauveur tourne la difficulté d'une manière fort ingénieuse.

Il accorde quatre tuyaux; deux donnent la quinte *ut*, *sol*; avec l'un des deux autres et les deux premiers, il fait l'accord parfait majeur *ut*, *mi*, *sol*; avec l'autre l'accord parfait mineur *ut*, *mi♭*, *sol*. L'oreille reconnaît avec une facilité relative la justesse de ces accords. Sauveur admet comme résultat d'expériences effectuées avec le sonomètre que la tierce mineure vaut 6 : 5 et la tierce majeure 5 : 4.

Donc l'intervalle *mi♭*, *mi* vaut 25 : 24; il est déterminé par cette voie indirecte d'une manière plus précise. Les formules deviennent

$$N_1 = 25\Delta, \qquad N_2 = 24\Delta.$$

Il mesure Δ en ajustant un pendule simple (fil soutenant une balle) de manière qu'il y ait exactement un nombre *entier* Δ de battements dans une oscillation. Il détermine ensuite aisément la période d'oscillation du pendule.

Cette méthode est médiocre, car la détermination d'un intervalle par l'oreille est toujours sujette à incertitude. Elle est cependant extrêmement remarquable pour une époque où la théorie des tuyaux et des cordes n'existait pas. Sauveur rapportait toutes les notes au *son fixe* faisant 100 vibrations par seconde.

24. *Mécanisme de l'audition des battements.* — Cherchons les conséquences qui résultent de l'audition des battements.

Si les parties mobiles de l'oreille ne pouvaient respectivement entrer en vibration que pour un son unique, si la résonance devenait nulle dès qu'il existe le plus petit intervalle entre le son excitateur et le son de plus forte résonance de la partie mobile considérée, *on ne pourrait pas entendre de battements,* puisque leur audition suppose essentiellement *une interférence,* c'est-à-dire une action commune sur un organe de sensation.

Mais nous savons qu'il doit exister dans l'oreille un système *mécaniquement* comparable à un ensemble de parties mobiles (*résonateurs auriculaires*) dont chacune est exactement accordée sur un son d'une échelle *discontinue* (comme les cordes d'un piano), mais peut cependant vibrer, *avec une résonance, il est vrai, rapidement décroissante,* sous

l'influence de sons faisant avec le son de plus forte résonance un intervalle relativement grand. Nous avons admis pour préciser les idées que l'intensité de la résonance est diminuée au dixième de sa valeur maxima, quand l'intervalle est d'un demi-ton.

Étudions tout ce qu'explique un tel mécanisme.

Il explique d'abord comment, *avec une série discontinue de résonateurs,* on peut cependant percevoir une sensation *continue,* quand le son monte d'une manière continue. Si seul un des résonateurs entrait en vibrations sous l'influence du son simple à l'unisson du son de plus forte résonance, la sensation se modifierait par soubresauts, quand le son excitateur monte d'une manière continue.

Pour que deux sons simples de hauteurs peu différentes soient distincts, il n'est pas nécessaire que leur intervalle soit égal à ou plus grand que l'intervalle de deux résonateurs voisins de l'oreille; la faculté de les distinguer dépend seulement de la délicatesse avec laquelle on peut comparer les excitations de ces deux résonateurs.

Ce mécanisme explique enfin remarquablement la possibilité d'audition des battements. Il est d'abord évident que les battements ne peuvent être perçus que s'ils proviennent de deux sons assez voisins pour faire vibrer tous deux simultanément un ou plusieurs résonateurs auriculaires. Donc la netteté des battements doit dépendre non seulement de leur nombre par seconde, mais encore de l'intervalle des deux sons qui les produisent.

Si la netteté des battements ne dépendait que de leur nombre, elle devrait être la même pour le demi-ton si_3 ut_4, le ton ut_3 $ré_3$, la tierce mineure mi_2 sol_2, la tierce majeure ut_2 mi_2, la quarte sol_1 ut_2, la quinte ut_1 sol_1, intervalles qui fournissent 32 battements par seconde. L'expérience montre cependant qu'à mesure que l'intervalle augmente le *roulement* formé par ces battements rapides devient de moins en moins distinct.

Pour préciser les idées, reprenons l'hypothèse que, pour un intervalle d'un demi-ton, la résonance des résonateurs auriculaires est réduite à $\frac{1}{10}$. Pour une différence d'un ton entre les sons qui battent, ut_2 $ré_2$ par exemple, le résonateur moyen qui correspond à $ut_{\sharp}$ doit résonner avec $\frac{1}{10}$ de l'inten-

sité des résonateurs à l'unisson. Admettons pour simplifier que les sons primaires ont même amplitude ($A = B$), l'intensité du mouvement du résonateur moyen varie de o à $4A^2$, et par conséquent dans notre hypothèse de o à 0,4. Si nous émettons au contraire les deux sons si_2 ut_3, le résonateur intermédiaire résonne bien mieux, l'intervalle entre chacun des sons primaires et le son de plus forte résonance du résonateur moyen n'étant plus que d'un quart de ton. On trouve que l'intensité de sa vibration passe de o à 1,2. On montre de même que, pour le résonateur moyen, l'intensité passe de o à 0,194 pour une tierce mineure, à 0,108 pour une tierce majeure. Enfin, pour des intervalles plus grands, les battements ne sont pas perceptibles, *non pas parce qu'ils sont trop nombreux,* mais parce que les sons primaires sont incapables d'exciter tous deux les mêmes résonateurs auriculaires.

25. *Sensation produite par des battements rapides.* — Que devient la sensation, lorsque les battements se succèdent de plus en plus rapprochés?

Tout d'abord l'expérience nous apprend qu'on peut entendre d'une manière nette plus de 30 battements à la seconde. *Donc la sensation de battement rapide ne se transforme pas en la sensation de son musical.* S'il en était ainsi, on ne devrait pas percevoir un roulement, mais entendre un son grave qui correspondrait, dans le cas particulier, aux sons les plus graves du piano.

L'expérience montre qu'en augmentant peu à peu le nombre des battements par seconde, on arrive bientôt à ne plus pouvoir distinguer les différents *coups; mais les sons interférents deviennent alors roulants et durs.*

On sait combien une lumière papillotante est désagréable à l'œil, alors même qu'elle n'est pas très intense. Le phénomène est très général. On peut admettre par exemple qu'une excitation même vive qui se prolonge, produit un affaiblissement de la sensibilité protégeant l'organe contre une fatigue excessive. Au contraire, si l'excitation est intermittente, la sensibilité reprend sa valeur pendant les pauses : la fatigue s'exagère.

Dans l'hypothèse mécanique admise pour l'oreille, les phé-

nomènes s'expliquent aisément. Les battements rapides dus aux sons primaires $n + \frac{\nu}{2}$ et $n - \frac{\nu}{2}$ ne se transforment pas en un son musical de hauteur ν, *car ils n'agissent pas sur les résonateurs qui correspondent à ce son.* Mais ils excitent *d'une manière intermittente* les résonateurs de hauteur $n + \frac{\nu}{2}$ et $n - \frac{\nu}{2}$ et les résonateurs voisins.

Ils produisent donc une sensation périodique qui devient particulièrement désagréable, quand la période est comprise entre des limites que l'expérience doit déterminer.

Nous verrons plus loin l'importance des battements dans la théorie des dissonances.

26. *Timbre des sons.* — Voici d'abord ce que l'expérience apprend de plus général sur les timbres des principaux instruments.

1° Des sons simples (diapasons associés à des résonateurs, grands tuyaux bouchés de l'orgue, flûte avec peu de vent, etc.) sont doux mais manquent d'énergie; ils sont sourds dans le grave.

2° Les sons contenant les *premiers* harmoniques moyennement intenses sont pleins et d'un bon emploi musical. Ils sont plus riches, plus fournis que les sons simples (sons du piano, tuyaux ouverts de l'orgue, voix humaine, etc.)

Ces sons sont imités artificiellement dans les *jeux de fourniture,* qu'on a longtemps considérés comme un scandale. Chaque touche de ce registre de l'orgue est associée à une série plus ou moins grande de tuyaux qu'elle ouvre simultanément et qui donnent ainsi le fondamental et les premiers harmoniques (généralement l'octave et la douzième). Quelquefois même (cornet) ils sont au nombre de six et produisent les six premiers sont partiels (par exemple pour le fondamental ut_0, les sons ut_1, sol_1, ut_2, mi_2, sol_2) : il faut s'arranger de manière que l'intensité des sons partiels diminue à mesure que leur numéro d'ordre augmente. On doit se représenter tous les sons comme ceux des *jeux de fourniture qui se fondent en une sensation unique pour un auditeur non prévenu.*

3° Quand les partiels impairs existent seuls (petits tuyaux

bouchés de l'orgue, cordes du piano pincées au milieu, clarinette, etc.) le son est creux et nasillard.

4° Si le fondamental domine, le timbre est plein; il est vide dans le cas contraire.

Le son des cordes est plus plein, lorsqu'elles sont ébranlées par les marteaux du piano, que lorsqu'elles sont frappées avec un morceau de bois. On démontre en effet que les harmoniques ont des amplitudes en raison inverse du numéro d'ordre dans le cas d'un marteau tranchant, c'est-à-dire qu'elles sont relativement considérables; ces amplitudes diminuent beaucoup plus vite si le marteau est arrondi. Le son des tuyaux à anches associés à des résonateurs est plus plein que le son des mêmes tuyaux sans résonateurs.

5° Quand les harmoniques supérieurs, à partir du sixième, sont intenses, le son devient aigre et dur (hautbois, basson, harmonium, etc.). Mais un certain degré de dureté n'est pas pour faire proscrire ces sons de l'orchestre; ils doivent à leur pénétration singulière un rôle spécial.

27. *Cause physique des différents timbres.* — Nous savons que tout son périodique peut s'exprimer par une série

$$x = a_1 \sin(\omega t - \alpha_1) + a_2 \sin(2\omega t - \alpha_2) + \ldots.$$

Il est donc évident *a priori* que le timbre *peut* dépendre des valeurs relatives des amplitudes a_1, a_2, ..., et aussi des différences de phase $\alpha_2 - \alpha_1$, $\alpha_3 - \alpha_1$, ... Cela revient à dire qu'*a priori* il n'y a aucune raison de ne pas admettre que *le timbre dépend de la forme de la vibration.*

Cependant, si l'oreille décompose le son en ses constituants, et *l'entend comme un véritable accord* (qu'elle soit habituée ou non à séparer *consciemment* les divers constituants simples), il paraît probable que les phases n'interviendront pas, puisqu'en définitive les sons simples jouent des rôles autonomes (le cas des battements étant écarté pour le moment).

C'est précisément la thèse d'Helmholtz qui énonce la loi suivante : *le timbre d'un son complexe dépend seulement du nombre et de l'intensité des sons partiels; il ne dépend pas de leurs différences de phase.* Il ne s'agit bien entendu que du timbre musical; si le son est associé à des bruits non musicaux (roulement, raclement, sifflement, bourdonne-

ment, etc.) nous devons les considérer comme des bruits non périodiques ; il n'y a plus à parler à ce propos de leurs différences de phase.

Helmholtz institua une série d'expériences très intéressantes pour vérifier sa loi. Il s'appuie sur la théorie de la résonance. Un diapason est placé devant un tuyau de résonance qu'on peut accorder exactement sur lui, ou désaccorder plus ou moins. Sans entrer dans le détail du phénomène qui est assez compliqué, nous savons (§ 17) qu'il existe généralement entre le son excitateur et le son excité une différence de phase. Or il se trouve qu'au voisinage du maximum de résonance, le moindre désaccord produit une variation énorme de la différence de phase pour une variation *insensible* de la résonance. Imaginons plusieurs diapasons donnant les harmoniques d'un fondamental, pourvus de tuyaux de résonance et entretenus *par le même courant;* nous sommes donc assurés de leur concordance de phase. Désaccordons plus ou moins quelques-uns des tuyaux ; nous modifierons la phase de quelques-uns des harmoniques. *Helmholtz trouve que le timbre ne change pas.*

Si la loi de Helmholtz est exacte *le même timbre peut résulter de vibrations présentant les formes les plus diverses,* pourvu que ces formes puissent être décomposées en vibrations simples ayant les mêmes amplitudes.

L'exactitude de la loi a été contestée par Kœnig (*Expériences acoustiques,* p. 222). Il utilise pour sa démonstration une sirène à ondes. C'est un instrument destiné à produire dans l'air un mouvement dont l'amplitude est déterminée par le moyen d'une bande dont un des bords est rectiligne et dont l'autre représente par sa distance au premier la loi du mouvement à produire; elle est découpée dans une feuille de métal et glisse, parallèlement à sa longueur et avec une vitesse constante, devant une fente étroite servant de lumière à un porte-vent : elle l'allonge ou la raccourcit périodiquement, suivant la loi qu'elle exprime. En fait la translation indéfinie est remplacée par une rotation uniforme.

On conçoit que plusieurs courbes *sinusoïdales* soient montées cylindriquement autour d'un même axe et produisent, en tournant devant autant de fentes, un fondamental et ses harmoniques. En décalant les courbes les unes par

rapport aux autres, on fait varier les phases relatives des divers sons partiels.

Kœnig trouve que le timbre dépend des positions relatives des courbes et par conséquent des phases. Il est juste d'ajouter que son appareil est bien complexe; on peut se demander si le vent d'un des sons n'influe pas sur la production et l'intensité du son voisin et d'une manière qui dépend précisément de la phase relative; Kœnig avoue lui-même que les différences de timbre, *à supposer qu'elles existent,* ne sont pas aisées à discerner.

28. *Timbre des voix.* — Aucun instrument ne montre mieux que la voix humaine l'importance du timbre.

En ne tenant compte que de la hauteur, on classe d'abord les voix en deux groupes qui sont sensiblement à une octave de distance. Les voix *graves incultes* évoluent entre les sons ut_2 (128^v) et ut_3 (256^v); ce sont celles des hommes faits. Les voix *aiguës incultes* évoluent à une octave au-dessus, de ut_3 (256^v) à ut_4 (512^v); ce sont celles des femmes, des eunuques et des enfants; les hommes peuvent en approcher en chantant le *fausset* ou la *voix de tête* qui est à l'octave de la voix dite *de poitrine.*

L'exercice augmente l'étendue de la voix soit vers le haut, soit vers le bas. Une voix bien développée peut parcourir une étendue à peu près égale à deux octaves; mais cet intervalle est généralement loin d'être atteint (¹). Suivant les sons qu'il leur est possible d'émettre, les voix d'hommes se classent en basses, barytons, ténors; les voix de femmes en contraltos et sopranos plus ou moins aigus, à une octave des voix d'hommes.

Exceptionnellement la voix du *ténor* peut aller du sol_1 au $ut_4\sharp$, (*ut* de Tamberlick); elle ne va généralement que du la_1 au la_3. Bien entendu, les auteurs diffèrent considérable-

(¹) On appelle *tessiture* l'ensemble des sons qui conviennent le mieux à une voix, et par extension l'ensemble des notes qui se retrouvent le plus souvent dans un morceau.

Il y a intérêt à diminuer la distance des sons utilisés dans une partie vocale pour employer les plus agréables dans chaque espèce de voix. Dans les parties de plain-chant, par exemple, on ne trouve jamais d'étendue supérieure à une neuvième, c'est-à-dire à deux quintes.

ment dans les limites qu'ils indiquent pour les voix, suivant les pays auxquels ils appartiennent. Sur les parties, la voix de ténor se note du la_2 au la_4, c'est-à-dire *une octave plus haut que la hauteur réelle.*

La voix de soprano, *qui se note à la vraie hauteur,* va du la_2 au la_4. Exceptionnellement elle va du sol_2 au mi_5.

La basse (hommes) va du mi_1 au $ré_3$; elle est notée en clef de *fa*. Le contralto, qui lui correspond pour les femmes, va du mi_2 au fa_4; elle se note en clef de *sol*.

Il est à remarquer que, pour un même sexe, *une voix très basse n'est guère qu'à une quinte au-dessous d'une voix très aiguë.* On sait pourtant à quel point diffèrent les impressions ressenties à l'audition d'une voix de soprano et à l'audition d'une voix de contralto. Il faut donc rapporter ces différences d'effet, non à la hauteur absolue, mais au timbre.

Les sons de la voix humaine se rapprochent par leur composition des sons des tuyaux ouverts de l'orgue. Ils contiennent les premiers harmoniques du fondamental avec une intensité considérable, mais très variable suivant les voix; d'où les timbres caractéristiques.

Avec le secours des résonateurs, on peut reconnaitre dans les notes graves de la voix de basse, chantées avec force sur des voyelles éclatantes, des harmoniques allant jusqu'au seizième. Chez les voix mordantes les harmoniques sont bien plus nombreux et plus intenses que chez les voix douces et sombres.

On sait que l'appareil vocal est formé *d'anches membraneuses;* si les replis, appelés *cordes vocales,* n'arrivent jamais à se toucher et à fermer complètement l'orifice de la glotte, ils forment des *anches libres,* et la voix est douce et plus ou moins voilée. Si au contraire ils se heurtent et donnent ainsi une discontinuité beaucoup plus marquée, ils forment des *anches battantes* et la voix est claironnante ou même rauque, suivant les cas.

La cavité buccale intervient comme résonateur, pour renforcer un certain nombre de sons *de hauteur déterminée.* Suivant que les harmoniques du son émis par le larynx se rapprochent plus ou moins des sons renforcés par la cavité buccale *dans sa forme actuelle,* leurs intensités relatives varient beaucoup. On peut donc modifier considérablement

le timbre d'un son de hauteur donnée, en modifiant la forme de la cavité buccale.

L'étude des voyelles se ramène donc à l'étude de la résonance de la bouche. Elle consiste à déterminer la hauteur ou les hauteurs pour lesquelles la masse d'air buccale est accordée, pour toutes les formes possibles. On comprend immédiatement pourquoi certaines notes se chantent plus aisément sur une voyelle que sur une autre [1].

L'étude des voyelles ne rentrant pas dans le cadre de ce petit Livre, je n'insiste pas.

CHAPITRE IV.

AFFINITÉ DES SONS. CONSTITUTION DE LA GAMME RATIONNELLE.

29. *Importance des harmoniques.* — Helmholtz, *après une infinité de physiciens et de musiciens parmi les plus éminents,* fait dériver toutes les lois de parenté des sons de l'existence des harmoniques. Il faut donc montrer quelle est leur importance et leur véritable rôle.

Voici déjà longtemps que Chladni a présenté avec force l'objection capitale à ce système : « Il n'est pas conforme à la nature, dit-il (*Traité d'acoustique*, p. 11), de vouloir dériver toute l'harmonie des vibrations d'une corde et surtout de la coexistence de quelques sons avec le fondamental. Une corde n'est qu'une espèce de corps sonore. Dans beaucoup d'autres corps les lois générales des vibrations sont très différentes; par conséquent on ne peut pas appliquer les lois d'un corps sonore particulier à ce qui doit être commun à tous. Un monocorde ne peut donc pas servir pour établir les principes de l'harmonie... ».

En d'autres termes, il y a des corps qui émettent des par-

---

[1] Une expérience très simple prouve que les voyelles sont associées à des sons de hauteurs *absolues* déterminées. Quand on fait tourner un phonographe avec une vitesse qui n'est pas convenable, les paroles deviennent incompréhensibles, preuve que les voyelles ne sont pas caractérisées par des *accords,* mais bien par des sons de *hauteurs fixes.*

tiels non harmoniques du fondamental; donc les harmoniques n'ont pas *en musique* le rôle prédominant que plusieurs leur attribuent.

On peut d'abord faire à cette objection une réponse sans réplique : *on n'utilise en musique, l'oreille ne considère comme vraiment musicaux, que les sons dont les partiels sont harmoniques du fondamental*. Il n'arrivera à personne de prendre pour base d'un système *musical* le son des cymbales, des cloches ou du tambour. On a donc parfaitement le droit de faire *en musique* une place à part aux harmoniques, alors même qu'ils n'auraient pas un rôle prédominant *en acoustique*.

Mais il se trouve de plus que les harmoniques ont aussi une importance capitale *en acoustique* et ne peuvent être assimilés à des sons partiels quelconques. Helmholtz le démontre par une théorie très neuve et très intéressante des *sons résultants*, dont voici le résumé.

30. *Sons résultants.* — Dans la théorie de la résonance du § 16 nous avons supposé que le corps excité, éloigné de sa position d'équilibre, tend à y revenir avec une force proportionnelle à l'écart. *Il peut se faire qu'il soit dissymétrique, comme l'est par exemple le tympan*. La théorie montre qu'alors un son simple de hauteur p y excite non seulement le son de hauteur p, mais tous ses harmoniques; que deux sons simples de hauteurs p et q y excitent, outre leurs harmoniques, les sons $p-q$ (différentiel du premier ordre), $p+q$ (additionnel du premier ordre), $2p-q$, $2q-p$, $2p+q$, $2q+p$, ... (sons du deuxième ordre) : on les appelle *sons résultants*.

Voici la démonstration de cette proposition.

L'équation générale du mouvement est (en négligeant le terme amortisseur) :

$$(1)\quad -m\frac{d^2x}{dt^2} = ax + bx^2 + \mathrm{P}\sin 2\pi pt + \mathrm{Q}\sin(2\pi qt + \varkappa).$$

Le corps écarté de sa position d'équilibre et abandonné à lui-même ($\mathrm{P}=0$, $\mathrm{Q}=0$) y revient sous l'influence de la force dissymétrique $ax+bx^2$; elle n'est pas la même pour deux

valeurs égales et de signes contraires de x. Il s'agit de trouver l'intégrale générale.

Développons la solution en série par rapport à une variable auxiliaire ε. Nous poserons

$$x = \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon^3 x_3 + \ldots, \qquad P = \varepsilon P_1, \qquad Q = \varepsilon Q_1.$$

Substituons dans (1) et égalons séparément à o les coefficients des diverses puissances de ε. Cela revient à faire une série d'approximations.

Comme première approximation nous aurons

$$(2) \quad m\frac{d^2 x_1}{dt^2} + a x_1 + P_1 \sin 2\pi p t + Q_1 \sin(2\pi q t + \varkappa) = 0.$$

Nous négligeons donc le terme en x^2. Nous savons que le corps ainsi excité donne deux sons de hauteur p et q; il y a superposition pure et simple des effets des sons excitateurs.

La seconde approximation fournit

$$(3) \qquad m\frac{d^2 x_2}{dt^2} + a x_2 + b x_1^2 = 0.$$

Introduisons à la place de x_1 l'intégrale précédemment trouvée comme première approximation : sa partie permanente est de la forme

$$x_1 = P'_1 \sin 2\pi p t + Q'_1 \sin(2\pi q t + \varkappa).$$

Développons les carrés des sinus et leurs produits; nous aurons l'expression de x_1 en fonction de

$$\sin 2\pi(2p)t, \quad \sin 2\pi(2q)t, \quad \sin 2\pi(p-q)t, \quad \sin 2\pi(p+q)t.$$

Substituant dans (3) nous retrouverons une équation de la forme (2); elle nous apprend que, *comme seconde approximation,* le corps excité donne les octaves des sons primaires et les sons résultants du premier ordre. Si les sons excitateurs sont faibles, l'amplitude des harmoniques et des sons résultants est faible; mais elle croît très vite quand les sons excitateurs deviennent intenses.

La troisième approximation donne

$$(4) \qquad m\frac{d^2 x_3}{dt_2} + a x_3 + 2b x_1 x_2 = 0.$$

Nous n'avons qu'à répéter les raisonnements et les calculs

précédents pour prouver l'existence des sons de hauteur

$$3p, \quad 3q, \quad 2p+q, \quad 2q+p, \quad 2p-q, \quad 2q-p,$$

résultants du second ordre.

Soit $Q=0$; nous obtenons la règle suivante : *si un son pendulaire suffisamment intense agit sur un corps dissymétrique, le mouvement périodique induit contient la série complète des harmoniques.*

31. *Condition d'existence des sons résultants ou de production des harmoniques par un son pendulaire.* — Comme on vient de le voir, les deux questions de la production par résonance : 1° des harmoniques d'un son simple; 2° des sons résultants de deux sons simples, se ramènent à une seule. Il doit naître des harmoniques et des sons résultants chaque fois que les vibrations ne peuvent pas être considérées comme infiniment petites; les équations du mouvement ne sont plus linéaires, le principe des petits mouvements ne s'applique plus.

On prouve directement que les harmoniques d'un son simple intense, ou les sons résultants de deux sons simples intenses se produisent *objectivement*, lorsque des ébranlements *considérables* sont communiqués à une même masse d'air ou généralement à un même résonateur. On entend les sons résultants avec une intensité extraordinaire en utilisant un harmonium.

Mais il est important pour l'objet qui nous occupe de remarquer que les parties vibrantes extérieures de l'oreille, *surtout le tympan et les osselets qui forment un système essentiellement dissymétrique,* peuvent fournir des harmoniques et des sons résultants chaque fois qu'elles sont soumises à un ou deux sons pendulaires d'intensités considérables.

Les harmoniques jouent donc un rôle fondamental et très différent de celui d'une série quelconque de sons partiels, puisqu'ils peuvent résulter de l'audition d'un son parfaitement simple.

On remarquera que la hauteur du premier son différentiel est égale au nombre par seconde des battements des sons primaires (différence des hauteurs). On l'a quelquefois con-

sidéré comme *un son de battements*. Si la théorie que j'expose est exacte, cette manière de voir est *insoutenable*. Le son résultant $p - q$ agit principalement sur les résonateurs auriculaires accordés à la hauteur $p - q$, tandis que les battements produits par l'interférence des sons *suffisamment voisins* p et q agissent simultanément sur les résonateurs accordés sur les sons voisins des sons p et q (§ 24).

Les premiers différentiels sont très faciles à entendre, surtout avec l'harmonium [1]. Voici leur hauteur dans le tempérament égal en prenant l'$ut_3 = 256^v$ comme base de l'accord :

euxième note de l'accord...	$ré_3$	$ré_3^{\sharp}$	mi_3	fa_3	$fa_3^{\sharp}$	
	287	304	322	341	362	
ifférentiel....	ut_0	sol_0	ut_1	fa_1	la_1	
	31	48	66	85	106	
euxième note de l'accord...	sol_3	$sol_3^{\sharp}$	la_3	$la_3^{\sharp}$	si_3	ut_4
	384	407	431	456	483	512
ifférentiel....	ut_2	$ré_2^{\sharp}$	fa_2	$sol_2^{\sharp}$	$la_2^{\sharp}$	ut_3
	128	151	175	200	227	256

Les sons différentiels ne sont pas identiques aux sons notés; il peut résulter de là des battements qui interviennent, comme nous le verrons, dans la consonance des accords. Il est remarquable et très facile de constater qu'un son, qui ne bat pas avec l'un ou l'autre des sons d'un accord, peut battre effroyablement avec cet accord. Émettons d'abord séparément les accords $fa_2\ ut_3$ et $fa_2\ la_3$; pas de battements. Émettons l'accord $fa_2\ ut_3\ la_3$; il y a des battements : fa_2 bat avec le premier différentiel de $ut_3\ la_3$.

Voici qui est encore plus remarquable. Considérons l'accord parfait $ut_3\ mi_3\ sol_3$; dans la gamme de Zarlin, les accords $ut_3\ mi_3$ et $mi_3\ sol_3$ ont le même différentiel $ut_1 = 64^v$. Dans la gamme tempérée, le différentiel de $ut_3\ mi_3$ a 66 vibrations, le différentiel de $mi_3\ sol_3$ en a 60 seulement. *On*

[1] Il est déplorable que les cabinets de Physique, qui possèdent si souvent des appareils coûteux et inutiles, ne consacrent pas 350fr à l'achat d'un harmonium (2 jeux et demi, transpositeur), indispensable pour l'enseignement.

entend battre un son très grave, qu'il est facile d'identifier avec l'ut_1 *quand on écrit l'accord, dit* parfait, $ut_3\ mi_3\ sol_3$.

Les sons additionnels sont bien moins nets que les différentiels. Le Tableau en donne le premier. Il est construit dans les mêmes hypothèses que le précédent.

Deuxième note de l'accord.	$ré_3$	mi_3	fa_3	sol_3	la_3	ut_3
	287	322	341	384	431	512
Additionnel.............	$ut_4^{\sharp}$	$ré_4$	$ré_4^{\sharp}$	mi_4	fa_4	sol_4
	543	578	597	640	687	768

Les premiers additionnels sont contenus dans la quinte $ut_4\ sol_4$; s'ils n'étaient pas très faibles, ils donneraient, avec leurs primaires ou les harmoniques de ceux-ci, des dissonances très dures.

32. *Construction de la gamme diatonique majeure* (¹). — Il s'agit maintenant d'expliquer comment on a été amené à diviser l'échelle continue des sons en degrés discontinus. Cette division n'est évidemment pas arbitraire, puisqu'elle se retrouve à peu près identique chez les peuples les plus divers et à des époques très différentes. Nous en chercherons la raison dans la complexité des sons *proprement musicaux,* laissant de côté pour l'instant la question de savoir pourquoi ils nous semblent particulièrement agréables.

Commençons par l'octave qui a la parenté la plus nette avec le son fondamental.

Si l'on donne *sur un instrument musical* d'abord le ut_0 puis le ut_1, *nous entendons, quand le* ut_1 *résonne, une partie de ce que nous venons d'entendre.* En effet, le premier son contient les harmoniques ut_1, ut_2, sol_2, ..., qui sont aussi les harmoniques du ut_1. Par conséquent la répétition à l'octave d'une mélodie n'est en réalité que la répétition d'une partie de la même mélodie. Comme les harmo-

(¹) Nous ne faisons pas ici un *historique* de la manière dont la gamme diatonique a été découverte; nous cherchons seulement à expliquer les raisons qui la légitiment. La théorie que les Grecs donnaient de leurs gammes n'a aucun rapport avec celle que nous admettons; il est d'autant plus curieux qu'ils soient parvenus en somme aux mêmes résultats.

niques du ut_1 ne sont que les partiels pairs de ut_0, *aucun élément nouveau ne s'ajoute à ce que nous avons déjà entendu*. Quand nous accompagnons une mélodie à l'octave aiguë, nous ne faisons que renforcer les harmoniques pairs.

De là découlent la première et principale division de notre échelle musicale et la quasi-équivalence des sons à l'octave les uns des autres. On conçoit la monotonie d'un accompagnement à l'octave et pourquoi il est proscrit dans une musique à plusieurs parties.

Considérons maintenant les intervalles définis par les nombres 3 et $\frac{3}{2}$. Le log de $\frac{3}{2}$ est 0,1761 ; l'intervalle $\frac{3}{2}$ est donc de $176^{\sigma},1$. Il est donc plus grand que l'intervalle *tempéré* de quinte qui vaut $\frac{7}{12}$ de 301^{σ}, soit $175^{\sigma},6$; la différence est d'un-demi savart. Nous appellerons cet intervalle *quinte juste harmonique;* l'intervalle entre le fondamental et l'octave de la quinte est donc une douzième harmonique.

Ce qu'on a dit plus haut de l'octave s'applique, mais à un degré moindre, à la douzième *harmonique* et à un degré moindre encore à la quinte *harmonique*. Représentons en effet les harmoniques de ces sons, en appelant 2 le fondamental :

Fondamental...	2		4		6		8		10		12
Douzième......					6						12
Quinte........		3			6			9			12

Quand nous reproduisons une mélodie à la douzième, nous ne retrouvons les partiels du fondamental que de 3 en 3. Donc nous n'entendons qu'une partie plus restreinte de ce que nous avons déjà entendu.

Quand nous reproduisons une mélodie à la quinte, nous réentendons non seulement les harmoniques du fondamental de 3 en 3, *mais encore des sons nouveaux* (sons 3 et 9). C'est toutefois la répétition la plus exacte que nous puissions faire avec un intervalle inférieur à l'octave. Aussi les chanteurs les moins exercés sont-ils tentés d'utiliser l'accompagnement à la quinte qui était même systématiquement employé au début du moyen âge. On sait le rôle que, dans la musique moderne, joue la transposition à la quinte; dans la

fugue normale, le *sujet* est reproduit à la quinte; dans la sonate, le thème passe à la quinte dans la première reprise pour revenir au ton fondamental dans la deuxième partie. Nous ne pouvons donc pas nous étonner que l'intervalle de quinte se retrouve avec l'intervalle d'octave dans toutes les gammes de tous les peuples.

Nous voici parvenus à la division ut_0 sol_0 ut_1; nous en déduisons immédiatement l'intervalle de quarte *harmonique* $\frac{4}{3}$ et par conséquent l'existence du degré *fa* et la division : ut_0 fa_0 sol_0 ut_1. En effet, la parenté des sons fa_0 ut_1 est exactement la même que la parenté des sons ut_0 sol_0, puisque $\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = 2$. Le troisième harmonique de fa_0 est ut_2 qui est aussi le second harmonique de ut_1.

Mais les deux sons fa_0 sol_0 font un intervalle $\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$ avec lequel nous devenons familiers; c'est le *ton majeur harmonique* de 51 savarts. On conçoit qu'on ait rempli les intervalles trop grands ut_0 fa_0, sol_0 ut_1, par des sons faisant le même intervalle avec les deux sons extrêmes; d'où une gamme qui se rencontre assez fréquemment dans l'histoire de la musique :

$$ut_0 \quad \underset{T}{} \quad ré_0, \quad fa_0 \quad \underset{T}{} \quad sol_0, \quad si_0^? \quad \underset{T}{} \quad ut_1.$$

Le $si_0^?$ ainsi défini est à 51^σ de l'ut_1 et par conséquent à 250^σ de l'ut_0.

Revenons au mode normal de découverte des degrés de la gamme diatonique.

Il est inutile de reprendre mot pour mot ce que nous avons dit pour l'octave et la quinte. La tierce harmonique $\frac{5}{4}$ (ut_0 mi_0) nous est fournie par le cinquième harmonique mi_2; c'est le mi_0 harmonique dont l'intervalle avec le fondamental est de 97 savarts; il est donc légèrement au-dessous (de 3 savarts environ) du mi_0 tempéré. Le sixième harmonique donne l'octave de la douzième, soit la double octave de la quinte : rien de nouveau. Le septième harmonique fournit le son $\frac{7}{4}$ soit un son à 243^σ du fondamental : c'est encore à peu près le $si_0^?$. Le huitième nous donne la triple octave. Enfin le neu-

vième donne un son à trois octaves au-dessus du *ré*$_0$ déjà défini plus haut par un autre procédé.

En définitive, nous appuyant uniquement sur l'existence des harmoniques, en *prenant comme principe que les degrés choisis pour l'échelle musicale sont déjà dans le fondamental*, nous arrivons à classer les sons par octaves successives et à diviser chaque octave de la manière suivante :

ut.	*ré.*	*mi.*	*fa.*	*sol.*	*si*♭.	*ut.*
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2

33. *Intervalle de sixte et rôle de la sensible.* — Si nous arrivons, par la considération des harmoniques, à retrouver les intervalles de la gamme diatonique majeure *jusqu'à la quinte,* la fin de la gamme n'est pas du tout celle que nous connaissons. Cherchons pourquoi la précédente ne pouvait satisfaire.

La septième note, le *si*, présente avec la tonique une relation d'espèce particulière, *le rapport de sensible.* L'oreille désire un son préparatoire de l'octave de la tonique, par conséquent un son qui fasse avec cette octave un intervalle petit. Le *si*$^♭_0$ ne répond pas à ce besoin ; sa distance à l'*ut*$_1$ est de 58^σ, soit un peu plus d'un ton majeur. D'autre part la distance entre le *sol* et le *si*♭ fourni par le septième harmonique est beaucoup plus grande que les premiers intervalles ; elle est de 67 savarts.

On a donc été conduit à introduire avant l'*ut*$_1$ un son qui n'en diffère que d'un intervalle de même ordre que le plus petit intervalle rationnel déjà connu, soit l'intervalle *mi fa* qui est de $\frac{16}{15}$ ou 28 savarts. Admettons par exemple cet intervalle ; l'intervalle *sol si* devient alors une tierce égale à la tierce *ut mi.* Il était tout naturel de la diviser de même et l'on arrive à la gamme à sept sons plus l'octave que voici :

ut.		*ré.*		*mi.*		*fa.*		*sol.*		*la.*		*si.*		*ut.*
1		$\frac{9}{8}$		$\frac{5}{4}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{27}{16}$		$\frac{15}{8}$		2
	$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{15}{16}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{15}{16}$	

symétriquement divisée en deux tétracordes; *ut ré mi fa, sol la si ut.*

Mais cette manière de procéder est très artificielle; en particulier elle conduit à une sixième note *la* qui n'a aucune parenté directe avec la tonique, car il est difficile de considérer comme une parenté d'être à un certain nombre d'octaves au-dessous du vingt-septième harmonique. Nous retrouverons d'ailleurs ce *la*, quinte du *ré*, dans la gamme *pythagoricienne.*

Ne serait-il pas possible de décomposer autrement l'intervalle *sol si* de manière à obtenir une sixième note ayant une affinité plus grande avec la tonique? Il suffit, au lieu de reproduire exactement les intervalles *ut ré mi fa*, d'intervertir le ton majeur et le ton mineur; on trouve enfin la *gamme diatonique dite de Zarlin,* gamme admise par tous les musiciens depuis plusieurs siècles :

ut.		*ré.*		*mi.*		*fa.*		*sol.*		*la.*		*si.*		*ut.*
1		$\frac{9}{8}$		$\frac{5}{4}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		$\frac{15}{8}$		2
	$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{15}{16}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{15}{16}$	
	T.		T'.		*t.*				T'.		T.		*t.*	

D'après la définition générale des affinités entre les sons posée par Helmholtz, à savoir qu'*il y a affinité du premier degré quand les deux sons considérés ont des harmoniques communs,* avec une parenté d'autant plus étroite que les harmoniques communs sont plus nombreux, il est clair que le la_0 que nous venons de définir a une parenté encore étroite avec l'ut_0 : son troisième harmonique mi_2 est le cinquième harmonique de ut_0; son sixième harmonique est le dixième du fondamental. Au contraire, le la_0, faisant avec l'ut_0 l'intervalle $\frac{27}{16}$, a une parenté très étroite avec le $ré_0$ dont il est la quinte, mais une parenté quasi-nulle avec le fondamental.

Quant à la septième note, sa parenté avec le fondamental est très faible; il ne faut donc pas s'étonner que sa hauteur soit très mal fixée et prête toujours à contestation. On est tenté *dans les mélodies* de la rapprocher de l'octave de la to-

nique dont elle est la *préparation*. Mais cette note se trouve *par là même* élevée à une importance toute particulière. La musique classique, qui cherche à accentuer le rôle de la tonique, avait besoin dans les mouvements ascendants vers la tonique d'un intervalle petit. Aussi, bien que le $si^{\flat}$, dont l'intervalle à la tonique est défini par le rapport $7 : 4$, possède une affinité relativement grande avec elle, il a dû céder sa place au *si* naturel plus voisin de la tonique et lui servant de préparation. Nous retrouverons cette tendance du *si* à se rapprocher de sa résolution en étudiant la gamme de Pythagore.

34. *Mode diatonique mineur.* — Le mode diatonique mineur, quelle que soit la manière dont on écrit son échelle, présente de nouveaux sons. La gamme ascendante s'écrit presque toujours aujourd'hui :

$$ut = \text{ré} - mi^{\flat} = fa = sol - la^{\flat} \equiv si - ut;$$

dans une mélodie en *ut* mineur procédant par voie montante le *mi* et le *la* sont bémolisés. L'intervalle *ut* $mi^{\flat}$ $(6 : 5)$ est une tierce mineure; l'intervalle *ut* $la^{\flat}$ $(8 : 5)$ est une sixte mineure.

Mais la gamme descendante peut très bien s'écrire :

$$ut = \text{ré} - mi^{\flat} = fa = sol - la^{\flat} = si^{\flat} = ut;$$

dans une marche descendante en *ut* mineur l'oreille n'est pas choquée par un $si^{\flat}$. Certains compositeurs, répugnant à ce vide d'un ton et demi ($la^{\flat} \equiv si$) qui est pourtant la raison du charme un peu maladif du mode mineur, n'hésitent pas à employer comme gamme mineure ascendante la série :

$$ut = \text{ré} - mi^{\flat} = fa = sol = la = si - ut;$$

c'était même l'échelle la plus usitée du temps de Rameau.

Le mode dit *mineur* est donc plus varié que le mode majeur; il est donc probable que la parenté des sons avec la tonique y est moindre.

Effectivement le $mi^{\flat}$ (tierce mineure) n'entre pas dans la série des harmoniques de l'*ut*, pas plus que le $la^{\flat}$ (sixte mi-

neure), pas plus que le $si^{\flat}$ (septième mineure) qui diffère notablement du $si^{\flat}$ rencontré parmi les partiels de l'*ut*.

C'est pourquoi quelques théoriciens considèrent le mode mineur comme un mode *contraste,* comme une altération du mode majeur, n'existant que comme négation de ce mode.

L'*ut* et le $mi^{\flat}$ ne sont parents que par l'intermédiaire du *sol;* en effet, le troisième harmonique de l'*ut* est un *sol,* le cinquième du $mi^{\flat}$ est aussi un *sol.* La parenté de l'*ut* et du $la^{\flat}$ est du même ordre; le $la^{\flat}$ admet un *ut* comme cinquième harmonique.

Nous reviendrons un peu plus loin sur les difficultés que présente la construction de la gamme mineure.

35. *Système de Rameau.* — Voici très brièvement résumé le système exposé dans la *Démonstration du principe de l'harmonie* de Rameau (1750); on en verra la légère incorrection scientifique, imputable à l'ignorance des physiciens et mathématiciens à cette époque, et l'incontestable intérêt; elle ne diffère que peu de la théorie de Helmholtz.

1° *Tout corps sonore* rend, outre le son principal, deux autres sons plus faibles mais perceptibles, qui sont à la douzième et à la dix-septième majeure du son principal. Si le principal est ut_2, outre ut_2 une oreille délicate entend sol_3 et mi_4.

Cette proposition est fausse; on sait que les partiels ne forment pas nécessairement pour tous les corps une série harmonique; c'est le mérite de Chladni d'avoir montré que les séries des partiels dépendent essentiellement de la forme du corps considéré. Mais nous avons déjà dit que *musicalement parlant* tout se passe comme si la proposition était vraie, puisqu'on n'emploie comme instruments que des corps fournissant des séries harmoniques.

2° Si l'on accorde avec ce corps sonore que *pour plus de facilité nous supposerons être une corde* (on voit comment Rameau particularise de suite et sauve ce que la première proposition a de trop général) et dont le principal est ut_2, quatre cordes donnent sol_1, mi_2, fa_0 et $la^{\flat}_{-1}$; si l'on fait résonner la première, les quatre autres frémissent. C'est parfaitement exact, car ut_2 contient comme harmonique sol_1

et mi_2; d'ailleurs fa_0 admet ut_2 comme troisième harmonique et $la^{\flat}_{-1}$ admet ut_2 comme cinquième.

3° On ne change pas le caractère des sons en les abaissant d'une ou plusieurs octaves.

De ces propositions Rameau déduit immédiatement l'accord *ut mi sol* que le seul sentiment fait appeler *parfait :* c'est l'accord parfait majeur. « On peut donc regarder le chant *ut mi sol* comme donné par la nature même et indépendamment de tout système musical. » La *tierce* et la *quinte majeures* sont trouvées.

Voilà qui va bien; malheureusement Rameau ajoute que tout son ne fera que du bruit pour ceux qui, par défaut de leur oreille, n'entendent que le principal sans les harmoniques; il énonce là une proposition fausse qui fera le plus grand tort à son système devant les mathématiciens.

Nous avons vu que l'ut_0 fait frémir les cordes fa_0 et $la^{\flat}_{-1}$; d'où le nouvel accord *fa la*$^{\flat}$ *ut, accord parfait mineur,* où la tierce mineure *fa la*$^{\flat}$ se trouve placée avant la tierce majeure *la*$^{\flat}$ *ut*, tandis que la disposition inverse se rencontre dans l'accord parfait majeur *ut mi sol.*

Ceci posé, Rameau établit la si curieuse théorie de la *basse fondamentale.* Tout accord, quoique composé de plusieurs sons, doit être considéré comme formé par les harmoniques d'un son, qui fait ou non partie de l'accord, *mais qui engendre cet accord* et lui sert de basse : on l'appelle *basse fondamentale* (b. f.). La b. f. n'est pas nécessairement le son le plus bas de l'accord; l'accord *ut mi sol* a pour b. f. l'*ut*; mais l'accord *sol ut mi*, renversement du premier, a la même b. f. L'accord *sol mi* a encore pour b. f. l'*ut*, bien que cette note ne soit pas effectivement dans l'accord. C'était la première fois qu'on appuyait sur de bonnes raisons la légitimité et la quasi-identité des renversements. Deux accords sont *harmoniquement* identiques quand ils ont même b. f. Du coup le nombre des accords se trouvait réduit dans des proportions étonnantes et l'harmonie simplifiée à un point qu'on n'eût pas osé espérer. Rameau étudie les lois du mouvement de la b. f. et en tire tout un système de composition.

On peut se demander pourquoi Rameau est forcé d'introduire comme nouveau principe *la marche de la basse fon-*

damentale. C'est tout simplement parce qu'il ne considère *comme perceptibles* parmi les harmoniques d'un son que le troisième et le cinquième formant la douzième et la dix-septième. Là est le point contestable de sa théorie; il ignore que les octaves ut_3, ut_4, ... sont aussi faciles à distinguer, dans le son ut_2 d'une corde, que le sol_3 et le mi_4, et qu'il n'y a pas de raison pour s'arrêter à ce mi_4. Réduisant le son complexe musical *ut* à l'accord parfait *ut mi sol*, il est bien forcé de considérer plusieurs séries différentes, et par conséquent de déplacer sa b. f.; il l'amène par exemple au *sol*, ce qui lui fournit le nouvel accord parfait *sol*, *si*, *ré*, et ainsi de suite.

Déplaçant sa b. f. par quintes, soit en montant, soit en descendant, lui superposant les accords parfaits majeurs et mineurs déjà obtenus, Rameau obtient facilement les séries diatoniques les plus usitées.

Déplaçant sa b. f. par tierces, mettant au-dessus les accords parfaits, il retrouve le mode chromatique.

Il est à peine besoin de faire observer au lecteur la beauté de cette construction que Helmholtz n'a pas suffisamment louée. Assurément Helmholtz entre un peu plus profondément dans les phénomènes. On peut se demander seulement s'il fait les parts bien justes, quand il dit (p. 301), après un exposé *critique* si succinct qu'on le comprend à peine : « Cette tentative de Rameau et de d'Alembert (celui-ci n'a d'autre mérite que d'avoir exposé clairement le système) a pourtant une grande importance historique; pour la première fois, la théorie de la consonance a été fondée sur une base scientifique et non métaphysique. »

36. *Idée de tonalité.* — La tonique d'une gamme, d'après la théorie de la construction de la gamme diatonique que nous venons d'exposer, n'est donc plus seulement la note la plus grave et la note la plus aiguë de la gamme; c'est surtout le son *musical* par rapport auquel les autres sons ont été choisis de manière à présenter avec lui les plus grandes affinités.

On comprend aisément à quel point diffère notre idée moderne de *tonalité dans une mélodie* de l'idée qu'on s'en faisait par exemple au moyen âge, et qui se traduit par les modes de plain-chant.

Supposons écrites plusieurs octaves consécutives de la gamme diatonique majeure que nous venons de construire :

$$ut_0 \quad ré_0 \quad mi_0 \quad fa_0 \quad sol_0 \quad la_0 \quad si_0,$$
$$ut_1 \quad ré_1 \quad mi_1 \quad fa_1 \quad sol_1 \quad la_1 \quad \ldots.$$

Avons-nous le droit de faire évoluer la mélodie autour d'une note quelconque, qui sera la finale de ses diverses portions, qui reviendra souvent au cours de cette mélodie? Par exemple pouvons-nous choisir le *ré* comme *tonique?*

Non, d'après les considérations précédentes; car ce n'est pas avec le *ré* que *l'ensemble* des autres notes a les plus grandes affinités. Oui, pensaient les Grecs et le moyen âge, la tonique n'ayant pour eux qu'un rôle de finale et de note fréquemment ramenée. Le mode

ré mi fa sol la si ut ré

est le mode dorien des Grecs et l'un des modes essentiels du plain-chant.

Il est important de remarquer toutefois que l'erreur des modes du plain-chant importait relativement peu, étant données les étroites affinités que les sons de la gamme diatonique ont les uns avec les autres. L'erreur aurait été bien plus grave, si l'on avait décomposé par exemple l'octave en 17 parties égales, car la parenté entre ces divers sons eût été radicalement nulle et le choix d'une tonique absolument artificiel. Malgré tout, ce serait une singulière erreur que de vouloir ressusciter les modes du plain-chant dont l'imperfection tonale est absolument choquante pour une oreille exercée.

37. *Accords parfaits majeurs et mineurs.* — Au point de vue tonalité l'accord parfait majeur *ut mi sol* ne présente aucune ambiguïté. On sait immédiatement où est la basse fondamentale; ni le *mi*, ni le *sol* ne peuvent prétendre à ce rôle. L'accord évoque donc immédiatement la tonique *ut,* quel que soit son renversement.

Il n'en est plus de même de l'accord parfait mineur *ut mi♭ sol.* Les sons *ut* et *mi♭* n'étant parents que par l'intermédiaire du *sol,* l'idée de l'*ut* comme tonique ne s'impose pas. D'après la manière dont Rameau obtient l'accord mineur,

il serait rationnel de le considérer d'une manière inverse de l'accord majeur. *Il serait obtenu au-dessous de la fondamentale et non plus au-dessus;* la fondamentale serait alors le *sol*.

Il y a une très réelle difficulté sur laquelle nous ne pouvons insister. Helmholtz remarque que cet accord correspond si peu à une idée précise de tonalité que les auteurs du XVIIIe siècle, qui ont commencé à l'employer comme *terminaison,* dissimulent toujours la tierce.

38. *Mode du plain-chant.* — Quoi qu'il en soit de l'imperfection tonale des modes du plain-chant, il est nécessaire d'en dire quelques mots parce qu'on en parle beaucoup et qu'ils éclairent *par contraste* l'idée classique de tonalité. Ils utilisent tous la série diatonique fixée ci-dessus. Ils se classent en *authentiques* et en *plagaux par la position de la note finale jouant le rôle d'une tonique rudimentaire*, position par rapport :

1° A la série diatonique des sons;

2° A la série des sons utilisés dans le morceau.

Ainsi l'on chante dans le mode *authentique* de *ré* (qui correspond au *dorien* grec) en utilisant les sons :

$$RÉ = mi - fa = sol = la = si - ut = ré$$

avec la condition que la finale occupe le plus bas degré du chant. Cette condition donne une importance particulière au *ré*, en fait une sorte de tonique; l'effet d'une mélodie utilisant notre série diatonique majeure, mais évoluant, non plus par rapport à l'*ut*, mais au-dessus de *ré* ramené fréquemment comme finale non seulement du morceau, mais des diverses phrases, devient entièrement différent d'une mélodie en *ut*.

On chante dans le mode *plagal* correspondant, quand le chant descend à trois degrés plus bas que la finale, c'est-à-dire jusqu'à la *dominante*. La finale est encore le *ré* (mode *hypodorien* des Grecs), mais la série utilisée est :

$$la = si - ut = RÉ = mi - fa = sol = la.$$

Celui qui donnait le *ton* au chœur devait savoir discerner

les tons ou modes *authentiques* et *plagaux*: si le chant est dans un ton *plagal*, il doit prendre la finale dans le médium de la voix; si le ton est *authentique*, il doit la prendre dans le bas.

Voici les 8 modes principaux avec leurs noms grecs. La finale est écrite en majuscules :

Dorien...........	*RÉ*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	(*la*),	*si*,	*ut*,	*ré*.
Hypodorien.......	*la*,	*si*,	*ut*,	*RÉ*,	*mi*,	(*fa*),	*sol*,	*la*.
Phrygien..........	*MI*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	(*ut*),	*ré*,	*mi*.
Hypophrygien.....	*si*,	*ut*,	*ré*,	*MI*,	*fa*,	*sol*,	(*la*),	*si*.
Lydien...........	*FA*.	*sol*,	*la*,	*si*.	(*ut*).	*ré*.	*mi*,	*fa*.
Hypolydien.......	*ut*,	*ré*,	*mi*,	*FA*,	*sol*.	(*la*),	*si*,	*ut*.
Mixolydien.......	*SOL*,	*la*,	*si*,	*ut*.	(*ré*).	*mi*,	*fa*,	*sol*.
Hypomixolydien...	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*SOL*,	*la*,	*si*,	(*ut*).	*ré*.

Le mode dorien et le mode hypomixolydien semblent identiques, comme utilisant les mêmes notes; il n'en est rien. Le dorien a *ré* pour finale, le ramène fréquemment; le *ré* y sert de refrain. C'est le *sol*, dans le mode hypomixolydien.

Remarque curieuse, il manque précisément dans ces modes les gammes qui correspondent à nos modes majeurs et mineurs. Ils n'ont été employés qu'à partir du XVIe siècle sous les noms d'ionien et d'éolien; les voici avec les plagaux correspondants :

Ionien...............	*UT*,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	(*sol*),	*la*,	*si*,	*ut*.
Hypoionien..........	*sol*,	*la*,	*si*,	*UT*,	*ré*.	(*mi*),	*fa*,	*sol*.
Éolien...............	*LA*,	*si*,	*ut*,	*ré*,	(*mi*),	*fa*,	*sol*,	*la*.
Hypoéolien..........	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*LA*,	*si*,	(*ut*),	*ré*,	*mi*.

On appelle *dominante* dans le plain-chant la note que l'on retrouve le plus souvent en dehors de la tonique ou finale. Dans les modes authentiques la dominante est au cinquième degré, comme dans nos modes modernes. Dans les modes plagaux, elle est au sixième degré. Dans le Tableau précédent, la dominante est entourée de parenthèses.

Il y a des exceptions à ces règles qui tiennent à ce que les musiciens anciens n'admettaient pas le *triton* (intervalle

de trois tons, *diabolus in musicâ*), soit comme quarte augmentée

$$(fa = sol = la = si),$$

soit comme quinte diminuée

$$(si - ut = ré = mi - fa).$$

Aussi craignaient-ils le *si* qui commence ou termine ces intervalles. Toutes les fois que l'une des principales notes du mode est un *si*, ils rejettent cette note et lui substituent le degré *au-dessus*. Dans le mode phrygien, la dominante devient *ut*; elle devient *la* dans le mode hypophrygien, puisqu'elle doit rester à la sixte de la note la plus basse qui devient l'*ut*. Dans l'hypomixolydien, c'est l'*ut* qui est dominante.

ABLEAU GÉNÉRAL DES HAUTEURS DES SONS DANS L'ÉCHELLE DES PHYSICIENS.

Gamme rationnelle.

OTES.	16 PIEDS $ut_0 - si_0$.	8 PIEDS $ut_1 - si_1$.	4 PIEDS $ut_2 - si_2$.	2 PIEDS $ut_3 - si_3$.	1 PIED $ut_4 - si_4$.	1/2 PIED $ut_5 - si_5$.	1/4 PIED $ut_6 - si_6$.
1	32	64	128	256	512	1024	2048
$\frac{9}{8}$	36	72	144	288	576	1152	2304
$\frac{6}{5}$	38,4	76,8	153,6	307,2	614	1229	2458
$\frac{5}{4}$	40	80	160	320	640	1280	2560
$\frac{4}{3}$	42.7	85,5	171	342	683	1365	2731
$\frac{3}{2}$	48	96	192	384	768	1536	3072
$\frac{5}{3}$	53,3	106,6	213,2	426,5	853	1706	3413
$\frac{7}{4}$	56	112	224	448	896	1792	3584
$\frac{15}{8}$	60	120	240	480	960	1920	3840

Gamme tempérée.

OTES.	$ut_0 - si_0$.	$ut_1 - si_1$.	$ut_2 - si_2$.	$ut_3 - si_3$.	$ut_4 - si_4$.	$ut_5 - si_5$.	$ut_6 - si_6$.
....	32	64	128	256	512	1024	2048
....	35.9	71,8	143,5	287	575	1150	2299
....	40,3	80,7	161.3	322.5	645	1290	2580
....	42,7	85,4	170,8	341,5	683	1367	2734
....	47.9	95,8	191,7	383.5	767	1535	3069
....	53.8	107,6	215.3	430.5	861	1722	3444
....	60.5	12.1	242	483	966	1933	3866

CHAPITRE V.

CONSONANCES ET DISSONANCES.

39. *Consonances et dissonances.* — Nous allons traiter un problème, très analogue à celui du Chapitre précédent; nous retrouverons des conclusions toutes semblables.

Demandons-nous à quelle condition un accord est consonant.

On appelle *accord* la réunion de plusieurs sons; pour qu'un accord puisse être consonant, il faut évidemment que les sons qui s'y trouvent soient deux à deux consonants; la condition est nécessaire, elle peut ne pas être suffisante. Le premier problème à résoudre est donc le suivant : *à quelle condition un accord de deux sons est-il consonant?*

Il est clair que la solution de ce problème suppose une définition de la consonance, la découverte d'un principe qu'il suffit ensuite d'appliquer. Helmholtz, après un grand nombre de philosophes et de physiciens, pose le suivant : *la consonance est une sensation continue, la dissonance une impression intermittente.* Dans de telles matières il est difficile de contester un principe dont l'énoncé est nécessairement vague; la discussion commence au moment où l'on cherche à l'appliquer quantitativement. *Helmholtz ramène l'étude de cette continuité ou de cette discontinuité de la sensation à l'étude des battements qui résultent des sons fondamentaux, de leurs harmoniques et de leurs sons résultants.* Il ne reste plus qu'à chercher dans quel cas et avec quelle intensité les battements peuvent se produire dans toutes les combinaisons possibles. Si cette discussion aboutit à retrouver les consonances et les dissonances sur lesquelles les musiciens sont d'accord, il y aura des chances pour que le principe admis et la manière de l'appliquer soient également légitimes.

Le principe n'est pas neuf; dans l'*Histoire de l'Académie des Sciences* pour 1700, à la fin d'un Mémoire de Sauveur sur le son fixe (son de 100 vibrations à la seconde qu'il déterminait par les battements, § 23), on lit : « Les battements ne plaisent pas à l'oreille, à cause de l'inégalité du son, et l'on

peut croire avec beaucoup d'apparence que ce qui rend les octaves si agréables, c'est qu'on n'y entend jamais de battements.

» En suivant cette idée, on trouve que les accords dont on ne peut entendre les battements sont justement ceux que les musiciens traitent de *consonances* et que ceux dont les battements se font sentir sont les *dissonances*. Quand un accord est dissonance dans une certaine octave et consonance dans une autre, c'est qu'il bat dans l'une et ne bat pas dans l'autre... Si cette hypothèse est vraie, elle découvrira la véritable source des règles de la composition. »

Le grand mérite de Helmholtz est d'avoir complété la théorie de Sauveur par la considération systématique des battements des harmoniques et des sons résultants.

40. *Dissonances dues aux battements des sons eux-mêmes.* — Nous avons dit au paragraphe 24 qu'en augmentant peu à peu le nombre de battements par seconde on arrive à ne plus distinguer les différents *coups; les sons interférents deviennent alors roulants et durs.* Nous avons aussi fait observer que l'effet physiologique des battements dépend non seulement de leur nombre, mais aussi de l'intervalle des sons qui interfèrent, ou, ce qui revient au même, de leur hauteur absolue.

Le caractère de dureté, *la dissonance,* varie donc avec le nombre des battements et, *pour un nombre de battements donné,* avec la position des sons dans l'échelle musicale. On peut dire que d'une manière générale les battements lents (d'une fréquence de l'ordre de 10 par seconde) fournissent un roulement, un ronflement, une dureté lourde; les battements rapides (d'une fréquence de l'ordre de 30 par seconde ou davantage) donnent à l'accord une dureté perçante et criarde.

Par exemple l'accord si_3 (480) ut_4 (512) fait 32 battements : le son est aigre et sifflant. L'accord si_4 ut_5 fait 64 battements; l'impression est criarde et pénétrante, beaucoup plus désagréable que l'impression due à l'accord $si_3^{\flat}$ ut_4 qui fournit le même nombre de battements mais qui correspond à un intervalle plus grand.

Si donc les intervalles de seconde et de demi-tons sont particulièrement désagréables, c'est qu'ils fournissent des battements nombreux. Il peut paraître étrange qu'on fasse intervenir dans la théorie de la consonance des battements dont le nombre peut être égal ou supérieur à 100. Il ne faut pas oublier que l'oreille est éminemment propre à reconnaître de très petits intervalles de temps. Quand deux pendules oscillent l'un à côté de l'autre, l'oreille apprécie la coïncidence des battements à $\frac{1}{100}$ de seconde près. Il n'est donc pas étonnant que l'oreille, *sans pouvoir compter ni percevoir isolément les battements de l'ordre de* 100 *à la seconde,* considère cependant la sensation de l'accord comme *discontinue* et en éprouve une impression désagréable.

On admet que pour les sons simples le *maximum* de dureté correspond à 32 battements par seconde. Pour un nombre moindre, l'oreille commence à percevoir les *coups* séparément; la masse sonore devient moins confuse. Bien que l'impression de chevrotement ne soit pas agréable, nous commençons à saisir la cause du tremblement; d'où une notable diminution *psychologique* de dureté. Pour un nombre de battements plus grand que 32 à la seconde, la sensation tend à devenir continue, d'où une nouvelle diminution de dureté.

Bien entendu, dans le grave, on n'obtient ce nombre de battements que pour des intervalles considérables. Plus exactement on n'obtient pas de battements aussi rapides, l'intervalle devenant trop grand; il faudrait en effet que les sons ut_0 et ut_1 par exemple agissent sur les mêmes résonateurs auriculaires pour fournir 32 battements à la seconde. Mais de grands intervalles comme la tierce majeure naturelle ($\frac{5}{4}$) ou la tierce mineure naturelle ($\frac{6}{5}$) fournissent des battements lents qui font de ces intervalles des accords peu harmonieux, d'une dureté pesante et d'un effet pâteux.

41. *Battements des harmoniques de deux sons musicaux.* — Si la dissonance est due à l'existence de battements nombreux, produits par des sons agissant simultanément sur les mêmes résonateurs auriculaires, il va de soi que *deux sons* SIMPLES *faisant un intervalle suffisant ne peuvent pas donner d'accords dissonants,* non pas seulement parce que les battements sont trop nombreux, mais surtout parce que

les deux sons n'agissent pas simultanément sur les mêmes résonateurs auriculaires.

De fait, si nous prenons des sons quelconques aux deux bouts du clavier, nous sommes en peine pour trouver qu'ils forment plutôt une consonance qu'une dissonance.

L'explication des dissonances des *grands intervalles* doit être cherchée dans les dissonances des *petits intervalles* que forment leurs harmoniques. En définitive, suivant Helmholtz, *ne peuvent être dissonants que les sons situés à des intervalles assez petits pour agir simultanément sur les mêmes résonateurs auriculaires.* Appliquons ces principes.

Il se produit des battements chaque fois qu'un des harmoniques de l'un des sons est assez voisin d'un harmonique de l'autre. Leur netteté augmente avec l'amplitude des harmoniques; ils ne seront donc généralement perceptibles que pour les harmoniques inférieurs.

Émettons simultanément les sons ut_1 et ut_2 *supposés musicaux, c'est-à-dire accompagnés d'harmoniques;* si l'octave est exacte, nous n'entendons pas de battements. Car l'harmonique ut_2 de ut_1 coïncide exactement avec ut_2. Mais émettons les sons ut_1 et si_1 : c'est exactement *au point de vue des battements* comme si nous émettions si_1 et ut_2, le second harmonique de ut_1 étant ut_2. Dans la gamme naturelle et l'échelle des physiciens, nous entendons 8 battements à la seconde; nous en entendrons 7 dans la gamme tempérée et l'échelle des physiciens.

Émettons simultanément les sons ut_3 et sol_3 à la quinte *naturelle* ($\frac{3}{2}$) l'un de l'autre; pas de battements. Voici en effet la série des harmoniques

ut_3	.	ut_4	sol_4	ut_5	.	mi_5	
	⋮				⋮		
	sol_3		sol_4		$ré_5$		sol_5

Seuls les battements entre $ré_5$ et ut_5 ou mi_5 pourraient se produire; mais il s'agit de sons partiels déjà élevés et par conséquent d'intensité petite : il y aurait 28 battements par seconde.

Mais, si la quinte est fausse, les battements se produisent entre les deux sol_4, ils sont intenses et l'accord devient désagréable.

Soient par exemple les primaires $ré_3$(288) et la_3(426,5) dans la gamme naturelle (je prends toujours l'échelle des physiciens). La quinte n'est plus la quinte naturelle $\frac{3}{2}$ $(176^\sigma,1)$, mais la quinte un peu plus petite $\frac{5}{3} : \frac{9}{8} = \frac{40}{27}$, soit $170^\sigma,7$: elle diffère d'un comma de la quinte naturelle. Voici les harmoniques

$ré_3$		$ré_4$		la_4
	la_3		la_4	

Or le la_4 harmonique de $ré_3$ fait $288 \times 3 = 864$ vibrations; tandis que (la_4) harmonique de la_3 fait $426,5 \times 2 = 853$ vibrations. Il y a 11 battements par seconde. La quinte fausse $ré_3$ la_3 de la gamme naturelle n'est donc pas un intervalle consonant.

Raisonnant de même, nous trouvons que la douzième naturelle (intervalle 3) est un intervalle parfaitement consonant; il n'y a pas de battements des harmoniques.

42. *Audition des battements des harmoniques.* — Avant d'aller plus loin dans l'étude des consonances, présentons quelques remarques générales. Quand on émet deux sons au hasard sur un instrument à sons musicaux possédant des harmoniques intenses, l'harmonium par exemple, on entend presque toujours des battements, à moins que les sons ne fassent un intervalle très supérieur à une octave.

Il est donc facile d'entendre les battements; il ne l'est pas de distinguer quelles sont les parties de l'ensemble sonore qui battent. Le problème est exactement le même que celui de l'audition des harmoniques comme sons distincts dans un son musical. On emploie pour s'exercer les mêmes artifices que pour les harmoniques, en particulier les résonateurs.

Il peut arriver que plusieurs des harmoniques de l'un des sons se trouvent suffisamment rapprochés de plusieurs harmoniques de l'autre son pour donner plusieurs systèmes de battements. Par exemple, si deux harmoniques battent, leurs octaves, qui sont aussi des harmoniques, battent avec un nombre double de *coups* par seconde; mais ces octaves sont généralement beaucoup moins intenses, circonstance qui permet de distinguer les deux systèmes.

L'explication de la dureté d'un accord s'applique exactement à la dureté d'un son unique dont les harmoniques supérieurs sont assez intenses. Ces harmoniques battent entre eux et fournissent des dissonances appréciables. Reprenons par exemple les harmoniques de l'ut_2

$$ut_2 \quad ut_3 \quad sol_3 \quad ut_4 \quad mi_4 \quad sol_4 \quad si_4^{\flat} \quad ut_5$$

Le $si_4^{\flat}$ fait 896 vibrations, l'ut_5 en fait 1024; il y a donc 128 battements à la seconde; d'où une dureté possible si l'on ne supprime pas l'harmonique 7. On sait que les marteaux du piano attaquent la corde au septième de sa longueur; on supprime ainsi le son 7 qui a un nœud en ce point et l'on évite l'intervalle dissonant de ton.

Pour comprendre le bien fondé de l'hypothèse de Helmholtz, rien ne vaut l'étude des sons d'un harmonium; ils sont riches en harmoniques et indéfiniment tenus avec une intensité constante. Qu'on donne par exemple l'octave ut_3 ut_4, puis les intervalles ut_3 si_3 et ut_3 $ré_3^{\flat}$, on constatera immédiatement le caractère calme, introublé de l'octave, par comparaison avec les autres intervalles durs, cascadants, analogues, et pour la même raison, à un bruit de crécelle. Les battements des harmoniques (ici 32 à la seconde) sont à la limite d'être perçus séparément : ils donnent à l'accord une dureté particulière.

43. *Classification générale des intervalles consonants.* — Voici comment Helmholtz résume sa théorie (p. 248). Si deux sons musicaux résonnent simultanément, l'accord qu'ils forment est généralement troublé par des battements des harmoniques, en sorte qu'une plus ou moins grande partie de la masse sonore produit des secousses discontinues. L'accord devient dur, il y a *dissonance*.

Mais, pour certains rapports entre les hauteurs des fondamentaux, il n'y a pas de battements ou les battements sont très faibles, se produisant entre des harmoniques peu intenses. *Ces cas exceptionnels s'appellent consonances.* On peut les classer de la manière suivante :

1° *Consonances absolues.* L'*unisson* (1), l'*octave* (2), la *douzième* (3), la *double octave* (4).

Tous les harmoniques du son le plus haut coïncident avec

les harmoniques du son le plus bas pris de 1 en 1, de 2 en 2, de 3 en 3, etc. Donc l'existence des harmoniques n'ajoute aucun élément de dureté : si les fondamentaux sont exactement dans les rapports indiqués, les harmoniques ne battent pas.

2° *Consonances parfaites.* — Ce sont la *quinte* (3 : 2) et la *quarte* (4 : 3).

Nous avons déjà vu que, si la quinte est *naturelle*, les battements ne peuvent se produire qu'entre les quatrième et cinquième harmoniques du son le plus grave, et le troisième du son le plus aigu; les intensités de ces harmoniques sont déjà faibles et l'intervalle qu'ils font est d'un ton : circonstances qui diminuent leur rôle désagréable.

La quarte est une consonance moins parfaite que la quinte. Voici les harmoniques :

ut_3		ut_4		sol_4	ut_5	mi_5	
	fa_3		fa_4		ut_5		fa_5

Il y a intervalle de *ton* entre le troisième harmonique du son le plus grave et le second du son le plus aigu, et intervalle de demi-ton entre les sons fa_5 et mi_5. Pour l'octave choisie, les intervalles fa_4 sol_4 et fa_5 mi_5 donnent l'un et l'autre 85 battements. Le principal avantage de la quarte est de donner la quinte par son renversement, ou si l'on veut d'être le complément de la quinte pour former l'octave.

3° *Consonances moyennes.* — Elles comprennent la *sixte majeure* (5 : 3) et la *tierce majeure* (5 : 4).

Tierce majeure.

ut_3		ut_4		sol_4		ut_5	mi_5
	mi_3		mi_4		si_4		mi_5

Déjà il peut y avoir battements directs entre les fondamentaux. Aussi dans le grave les tierces *mêmes naturelles* ne sonnent-elles pas très bien. Dans le haut les battements deviennent nombreux et l'intervalle est meilleur.

Sixte majeure.

ut_3 . ut_4 sol_4 . ut_5 mi_5

la_3 la_4

Le fondamental la_3 donne l'intervalle de tierce mineure et des battements relativement dangereux; le second harmonique la_4 donne l'intervalle de ton. Nous nous rapprochons donc des dissonances.

4° *Consonances imparfaites. Tierce mineure* (6 : 5). *Sixte mineure* (8 : 5). — Ce sont les renversements des intervalles précédents.

Tierce mineure.

ut_3 . ut_4 . sol_4 . ut_5 . mi_5 sol_5

$mi_3^\flat$ $mi_4^\flat$ $si_4^\flat$ $mi_5^\flat$ sol_5

Sixte mineure.

ut_3 . ut_4 sol_4 . ut_5 . mi_5 sol_5 . $si_5^\flat$ ut_6

$la_3^\flat$ $la_4^\flat$ $mi_5^\flat$ $la_5^\flat$: ut_6

Dans le grave les tierces mineures donnent des battements peu nombreux. Déjà dans le médium l'accord ut_3 $mi_3^\flat$ produit 51 battements par seconde. Quant à la sixte, le second harmonique du son aigu fait un demi-ton avec le troisième du son grave, d'où un nombre de battements du même ordre.

Ce qui précède suffit amplement pour comprendre les bases de la théorie de Helmholtz. Il l'a complétée en introduisant *les battements des sons résultants,* qui ne sont pas négligeables quand les sons primaires sont intenses. Nous ne pouvons dans ce court volume entrer dans des détails pour lesquels nous renvoyons à la *Théorie physiologique de la musique*. On y trouvera la discussion complète de la hiérarchie des consonances.

Pour des accords de plus de deux sons, la théorie est la

même; il faut que chaque accord partiel soit une consonance; mais la condition n'est pas suffisante (*voir* un exemple au § 3).1 Helmholtz parvient à expliquer les résultats généraux des Traités d'Harmonie (¹).

44. *Continuité de la consonance et de la dissonance. Rôle du timbre. Instruments à vent.* — D'après la théorie précédente on ne peut pas séparer par une barrière les consonances des dissonances; entre les unes et les autres il existe une série continue de degrés, d'accords dont la dureté augmente progressivement. Conformément à cette conclusion et malgré les classifications usitées, la limite entre les intervalles consonants et dissonants a singulièrement varié au cours des temps. Les Grecs considéraient la tierce comme une dissonance; il est vrai qu'ils ont souvent employé la tierce pythagoricienne (*voir* § 56), qui correspond au rapport 81 : 64, et qui est nettement une dissonance. La double octave du fondamental le plus haut bat avec le cinquième harmonique du fondamental le plus bas. Mais ils ont aussi connu la tierce naturelle qui n'est pas elle-même, *si l'on veut,* une consonance parfaite. De même les tierces mineures ne sont considérées comme des intervalles consonants que depuis un petit nombre de siècles.

Conformément encore à la théorie, le *degré de dureté des accords varie singulièrement avec le timbre des sons utilisés.* Pour les grands tuyaux bouchés de l'orgue qui émettent un son très approximativement simple, il n'y a guère que l'intervalle de demi-ton et de ton qui soient des dissonances. Les octaves fausses et les intervalles voisins de l'octave, si abominables sur l'harmonium et même sur le piano, ont une douceur relative. Quand on joue sur le registre bouché de l'orgue des compositions à plusieurs par-

(¹) Ce n'est pas l'opinion de nombreux musiciens qui ont écrit sur la musique. Malheureusement ils ne se rendent pas un compte exact du rôle et de la nature d'une théorie *physique*. Ils prennent pour des *explications scientifiques* des *opinions esthétiques*. Ils ont toujours à la bouche le *sens artistique,* le *sentiment musical,* données sur lesquelles il est juste possible de construire une théorie *métaphysique*. Je ne veux pas dire que tout soit parfait dans la théorie d'Helmholtz, mais c'est la seule théorie *physique* que nous ayons.

ties, présentant les dissonances les plus mordantes, tout résonne avec la même harmonie; *mais c'est vague, ennuyeux et mou.* Rien ne montre mieux l'importance du rôle des harmoniques, et par conséquent du timbre, dans la notion de dissonance.

Les instruments dont le timbre se rapproche le plus de celui des grands tuyaux bouchés sont les *flûtes* et le *jeu de flûtes* de l'orgue (tuyaux ouverts où l'air arrive sans force). On y entend l'octave et la douzième. Les intervalles *parfaitement* consonants y sont mieux définis, leur altération amenant aussitôt une dissonance sensible. Les intervalles *moyennement et imparfaitement* consonants sont encore mal déterminés; on démontre en effet la règle suivante : *un intervalle est faussé d'une manière d'autant plus désagréable, les battements y produisent tout de suite une dureté d'autant plus appréciable, qu'ils sont plus parfaits.* Helmholtz rappelle le proverbe qu'il n'y a rien de plus effrayant pour l'oreille qu'un solo de flûte, si ce n'est un duo de flûtes. Mais, associée à d'autres instruments qui font ressortir l'enchaînement de l'harmonie, la flûte est irremplaçable grâce à la charmante douceur de son timbre.

Les tuyaux ouverts de l'orgue, quand on pousse le vent, surtout quand on les associe avec leurs octaves, donnent un son suffisamment pourvu d'harmoniques pour que les dissonances y deviennent particulièrement tranchées.

Les petits tuyaux bouchés (quintaton) où les harmoniques impairs sont intenses, font la transition avec les tuyaux à anches, particulièrement riches en sons partiels, et enfin avec les jeux de fourniture ou de mutation. Dans ces derniers on sait qu'à chaque tuyau est adjointe une série plus ou moins nombreuse de tuyaux donnant les divers harmoniques ou leurs octaves. Dans le nazard (deux rangs de tuyaux) on adjoint la quinte au fondamental; dans le cornet (trois rangs) on adjoint la tierce et la quinte.

Citons pour mémoire les jeux *discordés* (*voix humaine, voix céleste*) où l'on *fausse l'unisson* par l'emploi de deux tuyaux qui battent et dont l'effet est profondément épouvantable.

Les sons de la voix humaine sont accompagnés d'harmoniques graves relativement forts; aussi donnent-ils des con-

sonances et dissonances bien marquées. Les accords ne sont beaux qu'avec les intervalles justes, ce qui arrive rarement, parce que les chanteurs sont habitués à l'accompagnement d'instruments accordés suivant le tempérament égal.

45. *Consonances et dissonances sur les instruments à cordes.* — Sur les instruments à archet, les harmoniques sont particulièrement intenses, perceptibles jusqu'au sixième ou au huitième selon que l'archet s'approche davantage *de la touche ou du chevalet.* Les consonances seront donc particulièrement bien définies. Mais les accords complets deviennent durs et les accords prolongés peu harmonieux.

Il faut faire à propos des battements de ces instruments une remarque curieuse. A cause des petites irrégularités de l'action de l'archet sur la corde, il y a de brusques et inévitables changements de phase *une ou deux fois par seconde au moins.* Supposons deux violons jouant à l'unisson, ou donnant un accord tel qu'un des harmoniques de chacun des deux sons soit rigoureusement commun. Il y a interférence, et le son résultant dépend de la phase relative des deux sons interférents; puisque cette phase varie une ou deux fois par seconde, il y aura variation d'intensité, *alors même que l'unisson serait parfait.* Si l'unisson n'est pas parfait, il y a battements *pendant le temps qui sépare deux irrégularités.* Il résulte de là : 1° qu'il est extrêmement difficile d'entendre des battements lents dans un accord donné par un ou deux violons; 2° qu'il y aura dureté dans un accord, même s'il y a unisson parfait et *a fortiori* si l'unisson n'est pas parfait. Helmholtz attribue à ces causes l'aigreur particulière des quatuors cordes exécutés par des artistes qui ne sont pas éminents.

Les sons graves du piano sont très riches en harmoniques et les sons aigus relativement pauvres. Dans le grave, l'octave et la douzième sont quelquefois aussi intenses que le fondamental; donc les septièmes et neuvièmes, dissonances voisines de l'octave, sont aussi désagréables que les secondes. Les douzièmes et les quintes fausses sont très dures. Mais les intensités des harmoniques diminuent très rapidement avec leur numéro d'ordre; les tierces fausses ne sont pas trop dures, parce que l'intervalle de tierce est surtout déterminé

par les harmoniques à partir du troisième. Les sons du piano n'étant pas *tenus*, les dissonances y sont incomparablement moins désagréables que sur les instruments à sons tenus. On obtient un effet désastreux par exemple en jouant sur l'harmonium certains morceaux de piano, à cause de l'abomination des intervalles dissonants.

46. *Remarque sur les deux questions traitées dans le précédent Chapitre et le Chapitre actuel. Rapports simples.* — Dans le Chapitre IV, nous nous servons des harmoniques pour construire les gammes diatoniques; nous prenons comme point de départ la proposition suivante : *la parenté de deux sons provient de ce que l'un se trouve dans l'autre comme harmonique, ou de ce qu'ils ont des harmoniques communs.* — Nous obtenons ainsi un certain nombre d'intervalles, précisément ceux que les musiciens avaient découverts depuis longtemps.

Dans le Chapitre V, nous nous servons des battements pour classer les accords suivant une hiérarchie allant de la consonance absolue à la dissonance la plus dure. *Nous retrouvons ainsi les principaux intervalles déjà définis;* la raison de cette coïncidence vient de ce que nous utilisons encore les harmoniques.

Nous avons dans cet emploi la raison profonde de l'existence des *rapports simples* auxquels les anciens physiciens attribuaient une vertu mystérieuse. La simplicité des rapports tient à ce que seuls les premiers harmoniques ont une intensité suffisante pour qu'ils soient utilisables. Seuls ils peuvent donc créer une parenté, seuls ils peuvent intervenir pour faire un accord consonant et le rendre dissonant par une altération de l'un des sons constituants.

Mais n'oublions pas que classer des fractions et déclarer que nous déterminons indubitablement, par les plus simples, le degré de douceur ou de dureté relative de tous les intervalles qu'elles représentent, n'est pas une explication physique.

C'est la raison de ce classement que le physicien recherche; son rôle commence alors que l'artiste peut se déclarer satisfait.

Est-il nécessaire d'ajouter qu'on a composé d'excellente musique avant qu'on ait posé la question *scientifique;* beaucoup de musiciens auront fort heureusement du génie, sans connaître un mot d'Acoustique; le physicien n'espère pas que ses théories fourniront la moindre idée à aucun d'entre eux. Et réciproquement, que ses théories aient ou n'aient pas l'approbation des musiciens, lui est parfaitement indifférent.

Ne mélangeons pas les genres.

CHAPITRE VI.

MODULATION ET TRANSPOSITION. DES TEMPÉRAMENTS. ACCORD DES INSTRUMENTS.

47. *Transposition et modulation.* — La hauteur absolue de l'échelle musicale est arbitraire. L'expérience montre que l'audition successive du même morceau à des hauteurs différentes, ce qu'on appelle une *transposition,* produit une sensation agréable par la variété qui en résulte. Ce qui est vrai d'une composition entière l'est encore bien davantage d'une phrase musicale : cette *transposition momentanée* s'appelle une *modulation.* Les mots *transposition* et *modulation* ont donc pour le physicien exactement le même sens; il s'agit de multiplier par le même nombre les hauteurs de toutes les notes, soit d'un morceau, soit de quelques mesures de ce morceau.

Sur un instrument à sons mobiles, comme la voix, le problème ne présente aucune difficulté. *Théoriquement* il en est ainsi pour le violon et les instruments similaires; *pratiquement, une fois l'instrument accordé,* nous devons pour la majorité des exécutants le considérer comme un instrument à sons fixes, les positions des doigts devant être pratiquement déterminées à l'avance et en petit nombre, pour éviter un jeu trop compliqué.

L'emploi du *tempérament égal* rend possible une très grande variété de modulations. L'octave étant partagée en demi-tons *tous égaux,* il est clair que nous pouvons trans-

poser d'un nombre quelconque de demi-tons; il y a donc 12 modulations possibles à l'intérieur de chaque octave. Nous pouvons élever ou abaisser tous les sons d'un nombre quelconque de fois 25 savarts.

Sur un instrument à tempérament rigoureusement égal, les différents *tons,* c'est-à-dire les différentes gammes diatoniques (majeures, mineures ou généralement d'un *mode* quelconque) admettant pour tonique un quelconque des 12 sons de l'octave, ne diffèrent que par la hauteur absolue. Par conséquent, quand on passe d'un ton à un autre, le changement d'effet musical doit être purement *relatif* (1).

Si, au contraire, le tempérament n'est pas rigoureusement égal, si les demi-tons ne sont pas identiques, et *si cependant nous modulons comme s'ils l'étaient,* il est clair que *le changement de* TONIQUE *entraîne un changement de* MODE.

On verra tout à l'heure l'importance de ces considérations.

48. *Modulations dans la gamme à tempérament égal.* — Nous parlerons d'abord de ce cas très simple comme introduction au cas plus complexe de la modulation dans la gamme naturelle.

A partir d'une des notes de la gamme tempérée montons et descendons d'un nombre quelconque de *quintes tempérées,* valant par conséquent exactement 7 : 12 d'octave. Nous obtenons la série suivante :

fa♭	*ut*♭	*sol*♭	*ré*♭	*la*♭	*mi*♭	*si*♭
fa	*ut*	*sol*	*ré*	*la*	*mi*	*si*
fa♯	*ut*♯	*sol*♯	*ré*♯	*la*♯	*mi*♯	*si*♯

Puisque nous opérons avec la quinte tempérée, *fa*♯ est identique avec *sol*♭, *ut*♯ avec *ré*♭, etc.

(1) Le lecteur doit soigneusement éviter le contresens auquel prête l'emploi du mot *moduler. Moduler,* dans son sens strict, ce n'est pas *changer de mode,* c'est tout au contraire *changer de tonique en conservant le même mode.* Le mot *transposer* est préférable comme ne permettant pas cette ambiguïté. Malheureusement il n'est pas employé dans le cas que nous traitons. Le *mode* est caractérisé par le choix des intervalles de la gamme, le *ton* par la hauteur à laquelle la gamme s'exécute.

Considérons d'abord la gamme diatonique majeure, et prenons pour tonique le *sol*. Nous vérifions immédiatement que, pour obtenir la même série d'intervalles, il faut écrire :

sol la si ut ré mi fa♯ sol,

c'est-à-dire diéser la note qui est à deux quintes au-dessous de la tonique. Prenons pour tonique le *ré* qui est à la quinte du *sol*; il faut opérer par rapport à la gamme de *sol*, comme nous avons précédemment opéré par rapport à l'*ut*; donc il faut maintenir le *fa♯* et diéser l'*ut* qui est à deux quintes au-dessous de la tonique. Passons à la tonique *la*; même raisonnement; il faut maintenir le *fa♯* et l'*ut♯*; de plus il faut diéser le *sol*. Et ainsi de suite.

En définitive les gammes à 1, 2, 3, ..., 7 dièses ont pour toniques : *ut, sol, ré, ..., ut♯*. Les notes diésées sont *fa*; *fa*, *ut*; *fa, ut, sol*; *fa, ut, sol, ré*; et ainsi de suite, les dièses de la gamme à *n* dièses comprenant toujours ceux de la gamme à $n - 1$ dièses.

Prenons maintenant comme tonique le *fa* à une quinte au-dessous de l'*ut* : on vérifie qu'il faut écrire :

fa sol la si♭ ut ré mi fa.

Donc c'est la note qui est à la quinte *diminuée* au-dessous de la tonique qui est bémolisée : elle fait alors avec la tonique une quinte tempérée. Prenons pour tonique le *si♭*; il faut opérer sur le gamme de *fa* comme précédemment sur la gamme d'*ut*; il faut donc conserver *si♭* et bémoliser le *mi*. Prenons pour tonique le *mi♭*; même raisonnement; il faut conserver *si♭* et *mi♭*; de plus bémoliser le *la*.

En définitive les gammes à 1, 2, 3, ..., 7 bémols, ont pour toniques : *fa, si♭, mi♭, ..., ut♭*. Les notes bémolisées sont *si*; *si, mi*; *si, mi, la*; *si, mi, la, ré*; et ainsi de suite, les bémols de la gamme à *n* bémols comprenant toujours ceux de la gamme à $n - 1$ bémols.

Nous arrivons ainsi à 15 gammes diatoniques majeures. Mais, comme il n'y a que douze intervalles dans l'octave, il est clair que 3 gammes contenant des dièses doivent être identiques à 3 gammes contenant des bémols. On vérifiera

facilement qu'il en est ainsi : 1° pour *ut*♯ (7 dièses) et *ré*♭ (5 bémols); 2° pour *ut*♭ (7 bémols et *si* (5 dièses); 3° pour *fa*♯ (6 dièses) et *sol*♭ (6 bémols). Donc en tout 12 modulations possibles.

Passons aux gammes mineures. Rappelons les deux séries d'intervalles :

Gamme majeure	T	T	*t*	T	T	T	*t*
Gamme mineure	T	*t*	T	T	*t*	T + *t*	*t*

Comparons la gamme majeure et la gamme mineure quand la tonique de celle-ci est à un ton et demi au-dessous de la tonique de la gamme majeure (*ton mineur relatif du majeur*) :

Gamme majeure.

(la)	*(si)*	*ut*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*
(T)	(*t*)	T	T	*t*	T	T	T	*t*	

Gamme mineure.

la	*si*	*ut*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*♯	*la*
T	*t*	T	T	*t*	T + *t*	*t*	

Il faut donc conserver six des notes de la gamme majeure, *mais hausser d'un demi-ton la note qui devient la sensible de la gamme mineure*. On indique donc une fois pour toutes les mêmes altérations, *par la même armure de clef*, pour une gamme majeure et *son relatif mineur*. Quant à la sensible de la gamme mineure, on la hausse (chaque fois qu'elle se présente dans le cours du morceau) soit par un dièse, soit par un bécarre, si la sensible est bémolisée par l'armure de clef, soit même par un double dièse.

Voici des exemples. La gamme de *la mineur* relatif d'*ut majeur* est écrite plus haut; le *sol* est diésé.

Dans la gamme d'*ut mineur* relatif de *mi*♭ *majeur* (3 bémols)

ut ré mi♭ *fa sol la*♭ *si ut*

la nouvelle sensible *si*, qui serait bémolisée d'après l'armure de clef, est affectée du signe ♮ au cours du morceau.

On vérifiera qu'il y a un bécarre dans les tons mineurs possédant trois bémols ou davantage.

Dans la gamme *sol♯ mineur* relatif de *si majeur* (5 dièses)

sol♯ la♯ si ut♯ ré♯ mi fa※ *sol♯*

la nouvelle sensible *fa*, qui est diésée par l'armure de clef, doit être élevée d'un ton entier. On l'affecte du signe *double dièse* ♯♯ ou ※. On vérifiera qu'il y a un double dièse dans les tons mineurs possédant 5, 6 ou 7 dièses.

49. *Système de sons obtenus par quintes naturelles. Notations.* — Pour faciliter la discussion, nous introduirons des notations qui permettent de distinguer plusieurs notes de même nom.

Reprenons le Tableau du § 48; mais, au lieu d'utiliser la *quinte tempérée* de $175^\sigma,5$, utilisons la quinte juste de $176^\sigma,1$. Il résulte de l'obtention des sons par élévation ou abaissement d'un certain nombre de quintes et transport d'un certain nombre d'octaves, une gamme sur laquelle nous viendrons et qu'on appelle *gamme pythagoricienne* du nom de son inventeur.

Voici les intervalles en savarts; je mets en regard les intervalles de la gamme naturelle et de la gamme tempérée

	ut.	*ré.*	*mi.*	*fa.*	*sol.*	*la.*	*si.*	*ut.*
G. tempérée..........	0	50	100	125	176	226	276	301
G. naturelle.........	0	51_0	97_5	125_0	176_0	222_5	273_5	301_0
G. pythagoricienne....	0	51	102	125	176	227	278	301

Pour obtenir la note diésée, il faut monter de 7 quintes (soit $176,1 \times 7 = 1232^\sigma,7$) et descendre de quatre octaves (soit $301 \times 4 = 1204$) : elle se trouve donc à 28σ au-dessus de la note naturelle. Un raisonnement analogue montre que le bémol est à 28σ au-dessous de la note naturelle.

En définitive la gamme de Pythagore est constituée par cinq tons de $51^\sigma (5 \times 51 = 255^\sigma)$ et deux demi-tons ou *limmas* de $23\sigma (2 \times 23 = 46^\sigma)$. Les tons de 51^σ sont recoupés par des notes, dièse et bémol, qui se disposent comme suit :

ut — 23^σ — *ré♭* — 5^σ — *ut♯* — 23^σ — *ré*

Les intervalles de demi-tons sont recoupés comme suit :

$fa^\flat$		mi		fa		$mi^\sharp$
	5^σ		23		5^σ	

L'intervalle *ton* moins *limma* s'appelle *apotome ;* il vaut 28^σ.

En définitive, dans une octave, il y a, d'après cette manière d'obtenir les sons, 21 sons différents dont voici le Tableau général.

	ut.	*ré.*	*mi.*	*fa.*	*sol.*	*la.*	*si.*	*ut.*
Notes naturelles.....	0	51	102	125	176	227	278	301
Notes diésées	28	79	130	153	204	255	306	329
Notes bémolisées....	—28	23	74	97	148	199	250	273

Dorénavant, quand nous écrirons une note quelconque, c'est la note de ce Tableau qu'il faut entendre. — Si nous plaçons une barre au-dessus de la note, $\overline{fa}$ par exemple, le son fait avec l'*ut* l'intervalle du Tableau plus 5^σ ; si la barre est sous la note, $\underline{fa}$ par exemple, l'intervalle est diminué de 5^σ. Plusieurs barres élèvent ou abaissent la note d'autant de commas.

La gamme naturelle majeure s'écrit dès lors :

$ut \quad ré \quad \underline{mi} \quad fa \quad sol \quad \underline{la} \quad si \quad ut$

Nous pouvons maintenant acquérir une idée précise de ce que serait la *modulation rigoureuse*, la *transposition exacte* avec la gamme naturelle.

50. *Modulation dans la gamme naturelle.* — Admettons qu'on veuille moduler en prenant successivement pour toniques les sons de la gamme d'*ut* majeur ; voici l'ensemble des notes nécessaires *pour les sept transpositions.*

ut	$ré$	$\underline{mi}$	fa	sol	$\underline{la}$	$\underline{si}$	ut
sol	la	$\underline{si}$	ut	$ré$	$\underline{mi}$	$\underline{fa^\sharp}$	sol
$ré$	mi	$\underline{fa^\sharp}$	sol	la	$\underline{si}$	$\underline{ut^\sharp}$	$ré$
$\underline{la}$	$\underline{si}$	$\underline{\underline{ut^\sharp}}$	$\underline{ré}$	$\underline{mi}$	$\underline{\underline{fa^\sharp}}$	$\underline{\underline{sol^\sharp}}$	$\underline{la}$
$\underline{mi}$	$\underline{fa^\sharp}$	$\underline{\underline{sol^\sharp}}$	$\underline{la}$	$\underline{si}$	$\underline{\underline{ut^\sharp}}$	$\underline{\underline{ré^\sharp}}$	$\underline{mi}$
$\underline{si}$	$\underline{ut^\sharp}$	$\underline{\underline{ré^\sharp}}$	$\underline{mi}$	$\underline{fa^\sharp}$	$\underline{\underline{sol^\sharp}}$	$\underline{\underline{la^\sharp}}$	$\underline{si}$
fa	sol	$\underline{la}$	$si^\flat$	ut	$\underline{ré}$	$\underline{mi}$	fa

Les sons différents dans l'octave sont au nombre de 18 pour sept modulations possibles.

Si maintenant on veut moduler en prenant pour tonique l'un *quelconque* des sons obtenus, il est clair qu'on ne s'arrêtera dans la subdivision qu'à 301 sons dans l'octave, en prenant le savart comme dernier intervalle négligeable [1]. On peut, il est vrai, moduler alors dans 301 tons, mais il est trop évident qu'aucun instrument à sons fixes ne peut être construit sur ce principe.

Le Tableau montre que la définition du dièse et du bémol par le moyen de la modulation est ambiguë; par exemple, nous rencontrons deux dièses différents, l'$\underline{ut\sharp}$ qui provient de la modulation en *ré*, et l'$\underline{\underline{ut\sharp}}$ qui provient de la modulation en $\underline{mi}$. Donc diéser est tout aussi légitimement hausser la note de $(28-5=)\ 23^{\sigma}$ que la hausser de $(28-10=)\ 18^{\sigma}$. Plus exactement c'est employer, suivant les tons et la position de la note altérée, l'un ou l'autre de ces procédés. Même remarque pour les bémols.

Assurément, quand on veut moduler dans un petit nombre de tons, il est possible de construire un instrument à sons fixes [2]; le Tableau montre qu'avec 18 sons par octave, on peut moduler *rigoureusement* en prenant pour tonique l'un des sons de la gamme d'*ut* majeur. Mais il n'est pas possible de moduler par demi-tons.

Devant ces résultats, on fut amené peu à peu à chercher *un tempérament*, une altération des intervalles naturels, satisfaisant aux deux conditions suivantes : 1° ne pas dépasser 12 sons à l'octave; 2° avoir cependant le moins de dureté possible dans les accords. C'est au XVIIe siècle que la question fut posée et au XVIIIe siècle qu'on finit par adopter le tempérament égal. Donnons quelques détails sur cette histoire.

51. *Tempérament. Accord d'un instrument. Partition.* — Pour comprendre comment se présente la question du

(1) Les nombres 46 et 28 sont en effet premiers avec 51.

(2) Helholtmz décrit (p. 417) un harmonium permettant d'émettre 15 accords majeurs et 15 accords mineurs justes. Cet instrument, utile pour des recherches d'Acoustique, ne peut avoir aucun emploi musical.

meilleur tempérament, il faut avoir une idée nette de la manière dont on accorde un instrument à sons fixes, dont on divise l'octave, travail que désigne le mot *partition* (division en parties) employé par les accordeurs.

L'intervalle le mieux déterminé après *l'octave* étant la *quinte*, c'est toujours par quintes que l'on opère.

On prend vers le milieu de l'instrument (piano, orgue, harmonium, harpe) un son pour servir de base à tous les autres; appelons-le ut_3. On accorde le sol_3 à la quinte, puis le $ré_4$. On revient au $ré_3$, on passe à la quinte la_3, puis encore à la quinte mi_4. On revient à l'octave inférieure mi_3. On continue de même, montant de quinte en quinte et redescendant d'une octave quand on s'éloigne trop.

On recommence la même opération vers le bas, passant de ut_3 à fa_2, puis à fa_3; de fa_3 à $si^♭_2$, puis à $si^♭_3$, et ainsi de suite.

Quand une octave est ainsi convenablement divisée à l'aide des deux octaves voisines, le reste va sans peine puisqu'il suffit d'accorder des octaves successives.

Toute la question des tempéraments se ramène donc, au point de vue pratique, à savoir quelle quinte on emploiera. Si l'on utilise la quinte tempérée, on obtient le tempérament égal; si l'on utilise tantôt la quinte juste, tantôt une quinte plus haute ou plus basse, on obtient un tempérament inégal. Mais, comme la quinte naturelle est la plus aisée à réaliser, c'est toujours elle qu'on cherche d'abord à obtenir, quitte à l'augmenter ou à la diminuer ensuite tant soit peu.

52. *Tempérament inégal.* — Voici le tempérament adopté jusqu'à la mise en vigueur du tempérament égal, c'est-à-dire jusqu'à Bach et Rameau au milieu du XVIII[e] siècle.

A. Partons de l'*ut* et procédons par des quintes telles que la quatrième ramène le *mi*, *à la tierce naturelle de l'ut.* L'intervalle de quinte q_1 à employer est donc fourni par la relation

$$4q_1 - 2 \times 301 = 97, \qquad q_1 = 174^{\sigma},8.$$

La quinte est donc tant soit peu plus petite que la quinte naturelle $q = 176^{\sigma},1$.

B. 1° Partons du *mi* ainsi obtenu; montons de 4 quintes q_2 et descendons de deux octaves; nous arrivons à un son que nous pouvons appeler *sol*♯. 2° Partons de l'*ut*; descendons de 4 quintes et montons de 3 octaves; nous parvenons à un son que nous pouvons appeler *la*♭. (Voir le tableau du § 48). Écrivons que ces deux sons coïncident

$$97 + 4q_2 - 602 = x,$$
$$-4q_2 + 903 = x.$$

D'où $q_2 = 176^\sigma$, $x = 199$. La quinte est à peu près rigoureusement égale à la quinte naturelle. La note x ainsi obtenue est *sol*♯ = *la*♭ d'après la notation du § 50.

On obtient ainsi le système de 12 sons dont voici les intervalles en savarts :

ut.	*ut*♯.	*ré.*	*ré*♯.	*mi.*	*fa.*	*fa*♯.	*sol.*	*sol*♯.	*la.*	*la*♯.	*si.*	
0	23	49	74	97	125	148	175	199	223	250	273	
23	26	25	23	28	23	27	24	24	27	23	28	

Tel est le tempérament préconisé jusqu'au milieu du XVIIIe siècle.

Les intervalles n'étant pas strictement égaux, un changement de *ton* est un véritable changement de *mode*. Certains tons, celui d'*ut* majeur en particulier, se rapprochent beaucoup de la gamme naturelle; certains autres (le ton de *mi* majeur par exemple) s'en éloignent par une tierce qui peut atteindre 102^σ.

Quelques lignes de J.-J. Rousseau précisent l'importance qu'il y a 150 ans on attachait à ces questions. « La tierce majeure, qui nous excite naturellement à la joie, nous imprime jusqu'à des idées de fureur, quand elle est trop forte; et la tierce mineure, qui nous porte à la tendresse et à la douceur, nous attriste lorsqu'elle est trop faible. »

Avec un instrument accordé suivant un tempérament inégal, on possédait donc tout un arsenal de *modes différents*, richesse que prisaient fort des musiciens attachant aux intervalles *pris en eux-mêmes,* l'importance dont la citation précédente fournit une idée.

Bien entendu, le tempérament précédent n'est pas le seul

qui ait été proposé (¹). Quelques théoriciens voulaient conserver la gamme d'*ut* majeur rigoureusement naturelle et recouper simplement les intervalles de tons. Dans cette division, ils n'étaient plus d'accord. Les uns recommandaient les intervalles 18 : 17 et 17 : 16 comme parties constitutives du ton majeur, 20 : 19 et 19 : 18 comme parties constitutives du ton mineur; c'est ce qu'ils appelaient une *division arithmétique*. Les intervalles sont alors en savarts :

ut		*ut*♯		*ré*		*ré*♯		*mi*
	26		25		24		22	

Naturellement les dièses et les bémols se confondent.

Les autres coupaient le ton majeur et le ton mineur chacun en deux intervalles égaux :

ut		*ut*♯		*ré*		*ré*♯		*mi*
	25σ,5		25σ,5		23		23	

Mais il ne suffit pas de décréter l'excellence d'un tempérament, faut-il encore donner le moyen de faire la *partition*, et l'on ne peut pratiquement procéder que par quintes. Aussi le tempérament *inégal* que nous avons d'abord exposé, procédant par quintes avec ses trois *preuves* (*mi* à la tierce de l'*ut*, *sol*♯ à la tierce *un peu haute* du *mi*, enfin *la*♭ coïncidant avec le *sol*♯), était-il le seul usité.

53. *Tempérament égal.* — Quand la musique prit définitivement pour base le principe de tonalité, quand on fit moins attention à la beauté de l'intervalle pris en lui-même et qu'on attacha plus d'importance aux modulations, on s'aperçut que le tempérament inégal n'était pas la meilleure solution. Cela devint évident pour les musiciens qui cultivèrent la fugue *tonale*, Bach par-dessus tous. Il ne s'agit plus de choisir un ton et d'y rester; il faut pour ainsi dire superposer deux tons, manœuvrer simultanément dans ces deux tons. Or, la perfec-

(¹) On trouve les inventions les plus variées sur la division de l'octave. Sauveur proposait de diviser l'octave en 43 parties, qu'il appelait *mérides*. Chaque partie valait 7σ; le ton ou *heptaméride* valait 49σ, le demi-ton majeur 28σ et le demi-ton mineur 21σ. Huyghens réclamait 55 parties.

tion d'un intervalle est une gêne plutôt qu'un avantage, s'il doit être suivi et précédé *du même intervalle faussé :* conservant un terme de comparaison, l'oreille ne s'accoutume plus; sa tolérance est moindre.

On comprit que la seule manière de sortir des difficultés était de fausser également tous les intervalles; d'où le tempérament égal, mis en honneur par Bach dont tout le monde connaît le recueil de fugues : *Le clavecin bien tempéré.*

Voici comment Chladni légitime dans son Acoustique l'emploi de ce tempérament.

Douze quintes justes font sept octaves plus 6^{σ}, intervalle qu'on appelle souvent *comma pythagoricien.* On a en effet

$$176^{\sigma},1 \times 12 = 2113^{\sigma},2; \qquad 301^{\sigma} \times 7 = 2107^{\sigma}.$$

Comme on procède par quintes pour faire la partition, il faut, *quel que soit le tempérament,* fausser quelques-unes des quintes. Dans le tempérament inégal que nous avons étudié, 4 quintes devaient être abaissées à $174^{\sigma},8$. On se rappelle que la quinte tempérée, valant exactement 7 : 12 d'octave, est de $175^{\sigma},6$.

Ceci posé, voici les remarques de Chladni :

1° Sur les 12 quintes, plus il y a de quintes exactes, c'est-à-dire valant $176^{\sigma},1$, et plus le tempérament est mauvais, parce qu'alors le petit nombre de quintes fausses entre lesquelles on répartit le *comma pythagoricien* deviennent moins supportables.

2° On aboutit à des différences de pureté très perceptibles pour l'oreille, si l'on répartit le comma inégalement entre les quintes.

3° Les tempéraments les plus mauvais sont ceux où il y a des quintes *haussées,* parce qu'alors quelques autres quintes supporteront, outre une fraction de comma pythagoricien, une fraction de l'excès des quintes haussées.

Conclusion : le seul tempérament admissible est le tempérament égal. — Pour l'obtenir pratiquement on part d'une touche quelconque; on en accorde la quinte juste, *puis on diminue aussi peu que rien;* on procède ainsi d'une quinte à l'autre. On doit parvenir après 12 quintes au son dont on est parti, bien entendu en ramenant les sons dans l'octave

primitivement choisie. Inutile de dire qu'une longue habitude est nécessaire pour faire correctement la partition.

54. *Reproches adressés au tempérament égal.* — Les reproches adressés au tempérament égal lors de son apparition sont curieux, et montrent combien ce qu'on peut appeler *le sens musical* se transforme d'une époque à l'autre.

Les musiciens se plaignirent d'abord qu'on leur enlevât des moyens d'expression; Rameau eut beau leur dire qu'ils se trompaient, que la variété peut tout aussi bien résulter de l'entrelacement des tons et de la variation de la hauteur absolue, ils répondirent que l'un des procédés n'exclut pas l'autre.

Ils déclarèrent d'ailleurs incidemment que l'on n'obtient jamais pratiquement le tempérament égal : mais c'est là une question sur laquelle nous reviendrons plus loin.

J.-J. Rousseau, dans son Dictionnaire, prétend même que Couperin et Mersenne, au XVIIe siècle, avaient essayé d'introduire le tempérament égal, mais sans succès; l'oreille des musiciens se refusant à souffrir la discordance des tierces majeures trop fortes (100^{σ} dans le tempérament égal, 97^{σ} dans la gamme naturelle).

Quand Rameau disait que l'oreille s'habitue à l'altération de la tierce naturelle, ses adversaires répliquaient qu'ils ne conçoivent pas comment l'orgue pourra s'habituer à supprimer les battements qu'on y entend par cette manière de l'accorder.

Évidemment ce dernier argument est sans réplique; il montre que la théorie d'Helmholtz sur l'origine des dissonances était implicitement admise bien avant lui. Que l'orgue fasse entendre des battements pour les tierces fausses, c'est incontestable; qu'il soit déplorable que l'on ne puisse obtenir toutes les tierces naturelles, ce ne l'est pas moins. Mais le problème ne se pose pas ainsi. Il s'agit de savoir où est le moindre mal, s'il ne vaut pas mieux faire battre toutes les tierces sans trop de dureté, que d'en conserver quelques-unes sans battements, en faisant hurler les autres.

Il est à noter que du côté du tempérament égal sont d'illustres harmonistes comme Bach et Rameau, et que dans l'autre camp sont des gens comme J.-J. Rousseau, auteur du

Devin du Village et signataire de la phrase suivante : « Le plaisir que donne une fugue étant toujours médiocre, on peut dire qu'une belle fugue est l'ingrat chef-d'œuvre d'un bon harmoniste. »

J'insiste sur ces questions, parce qu'il est profondément irritant d'entendre si souvent des gens qui confondraient la quinte et l'octave, déclarer faux, archi-faux, un instrument comme le piano, accordé suivant un système que Bach ne réprouvait pas.

55. *Accord réel des instruments soi-disant accordés d'après le tempérament égal.* — Le débat est actuellement clos; il est universellement admis que le seul tempérament *théoriquement* admissible est le tempérament égal[1]. Mais un autre problème se pose immédiatement : parvient-on à réaliser ce tempérament? Dans quelles limites le réalise-t-on?

Sur un instrument à sons fixes accordé suivant le tempérament égal, *tous les demi-tons étant égaux, tous les sons ayant le même timbre,* les différents *tons* doivent présenter exactement les mêmes caractères, à la hauteur près. Or, si l'on fait accorder *séparément* deux pianos suivant les règles ordinaires de *partition* (qui doivent conduire au tempérament égal), de manière que l'*ut* du second soit rigoureusement à l'unisson du *ré♭ soi-disant tempéré* du premier, on trouve que, ni sur l'un ni sur l'autre de ces instruments, le ton d'*ut* majeur n'est identique au ton de *ré♭* majeur. Pourtant les toniques, *ut* pour l'un, *ré♭* pour l'autre, sont exactement à la même hauteur. Faut-il conclure de là qu'il est pratiquement impossible d'accorder un piano suivant le tempérament rigoureusement égal? Faut-il conclure que l'attaque des touches noires, plus courtes et plus étroites, modifie légèrement la nature du choc du marteau et par conséquent le timbre? Helmholtz n'ose se décider.

Évidemment la seule manière de trancher le débat serait de mesurer *effectivement* les hauteurs de tous les sons, ce qui ne serait d'ailleurs pas très difficile avec un instrument construit de manière que les cordes soient plus directement accessibles à l'observateur qu'elles ne sont généralement. Toujours est-il que le ton d'*ut♯* ou de *ré♭* paraît plus voilé

que le ton d'*ut* naturel : même résultat pour le ton d'*ut*♭ ou de *si*♯ comparé au ton d'*ut* naturel.

Des organistes ont affirmé à Helmholtz que les divers tons de l'orgue sont rigoureusement équivalents, ce qui peut tenir à la plus grande facilité d'accorder un instrument à sons tenus. On admet la même identité pour les voix.

Sur les instruments à archet, il est impossible d'obtenir un tempérament rigoureusement égal, puisque les cordes à vide donnent des quintes naturelles. D'ailleurs, les sons à vide se distinguant très facilement des autres par leur timbre énergique, les tons changent de caractère suivant la manière dont les sons à vide y interviennent. *Les variations de timbre des différents degrés peuvent donc jouer dans la constitution des gammes un rôle analogue aux différences de hauteur.*

Ce qui est vrai pour les variations de timbre des sons du violon, l'est encore pour les sons des instruments à vent. Chacun sait à quel point diffèrent les sons *bouchés* et *non bouchés* du cor; quelque chose d'analogue se produit selon le nombre et la position des tuyaux de rallonge introduits par le jeu des pistons.

Il ne faut surtout pas oublier que d'eux-mêmes les instruments à vent tendent à donner la gamme naturelle; on peut évidemment leur faire rendre un son *quelconque* au moyen d'ouvertures pratiquées dans le tuyau; mais c'est au dépens du timbre et de l'éclat qu'on *force* les hauteurs naturelles.

56. *Gamme de Pythagore.* — Pratiquement les instruments ne peuvent s'accorder que par quintes successives, la quinte étant le seul intervalle plus petit que l'octave dont on puisse apprécier correctement la justesse. Il était naturel de transformer ce fait d'expérience en une nécessité *théorique*. Pythagore connaissait le sonomètre et son emploi; il savait que la corde dont on prend les 2 : 3 donne l'intervalle de quinte; la simplicité du rapport 2 : 3 devait le frapper d'autant plus que les anciens étaient habitués à chercher dans les nombres un sens mystique.

La *théorie* de Pythagore revient à dire que les sons s'engendrent par quintes et par octaves. Nous avons vu qu'on parvient ainsi à une gamme dans laquelle l'octave est divisée en

cinq tons de 51^{σ} et deux limmas de 23^{σ}. Nous avons vu qu'en poussant les quintes vers le haut, on peut *définir* des dièses qui sont à 28^{σ} au-dessus de la note naturelle correspondante; qu'en poussant les quintes vers le bas, on peut *définir* des bémols qui sont à 28^{σ} au-dessous de la note naturelle correspondante.

Avec les 21 notes de la gamme pythagoricienne, on peut moduler dans 15 tons différents.

En effet, la série *fa*, *ut*, *sol*, *ré*, *la*, *mi*, *si*, dont les notes sont à la quinte les unes des autres *en montant*, donne la gamme d'*ut* majeur; la tonique est la seconde note de la série. Donc une série quelconque de sept notes qui sont à la file dans le Tableau du paragraphe 48 fournit une gamme majeure de même constitution.

La première série débute par *fa*♭; elle fournit la gamme en 7 bémols, avec *ut*♭ pour tonique. La seconde série débute par *ut* ♭, elle fournit la gamme en 6 bémols, avec *sol*♭ pour tonique. Et ainsi de suite. Nous trouvons successivement la gamme en 7, 6, ..., 1 bémols. Nous parvenons ainsi à la série qui débute par *fa* et fournit la gamme d'*ut* majeur. Continuant en montant, nous trouvons la série qui débute par *ut*, admet *sol* pour tonique et possède un dièse. Nous sommes forcés de nous arrêter sur la série qui commence par *fa*♯, admet *ut*♯ comme tonique et possède 7 dièses. Car les autres séries en montant seraient incomplètes.

Il est à remarquer que nous avons ici effectivement 15 modes distincts, et non pas 12, comme avec la gamme tempérée, les dièses et les bémols n'étant pas confondus (comparer au § 48). Par exemple les tons de *ré*♭, *sol*♭, *ut*♭ sont respectivement à un comma au-dessous des tons d'*ut*♯, de *fa*♯ et de *si*. Dans un instrument accordé sur cette gamme, il serait possible d'effectuer des modulations *enharmoniques*, à un comma de distance, au moins pour trois tons.

Que vaut le mode pythagoricien? Ses défenseurs en France ont été principalement Cornu et Mercadier; mais leurs efforts pour réhabiliter ce mode ont été vains, leurs expériences devant recevoir une interprétation différente de celle qu'ils leur ont donnée.

Le grand argument des défenseurs du mode pythagori-

cien s'appuie sur la position de la sensible relativement à la tonique, et conséquemment la position du dièse relativement au bémol. Il est incontestable que le demi-ton majeur 16 : 15 ou 28^σ paraît trop grand, *non pas entre le mi et le fa à l'intérieur de la gamme*, mais entre le *si* et l'*ut*. Nous avons déjà dit à quel point la sensible est mal déterminée; sa parenté avec l'*ut* est peu nette; elle n'est en somme qu'une note préparatoire à la cadence sur l'octave de la tonique. Il y a donc tendance à diminuer cet intervalle pour indiquer le sens de la résolution; les chanteurs et les violonistes ne manquent pas d'y céder.

Mais, outre que les mêmes raisons ne poussent pas à diminuer le demi-ton *mi fa* (la tierce et la quarte étant deux intervalles parfaitement caractérisés), nous ne sommes pas autorisés à modifier arbitrairement les intervalles uniquement pour rapprocher la sensible de sa résolution. Aussi est-ce une erreur : 1° de chercher dans la sensible le principe de la constitution de la gamme diatonique; 2° d'appliquer au demi-ton *mi fa* la diminution que l'imprécise définition harmonique du *si* permet de faire sans inconvénient sur l'intervalle *si ut*.

Quant à la position du dièse par rapport au bémol, les musiciens font aux physiciens une querelle dont il faut montrer la vanité. La raison d'être des dièses et des bémols se trouve dans les nécessités de la modulation [1]. La position relative de l'*ut*♯ par rapport au *ré*♭, par exemple, dépend donc des hypothèses initiales faites sur la structure de la gamme diatonique qui sert de point de départ, et du degré de conformité admis *a priori* entre les gammes résultant des modulations et la gamme initiale. Donc la discussion ne peut *en aucun cas* porter sur la position relative des dièses et des bémols; elle n'a de sens qu'à propos de la gamme qu'on prétend la meilleure (gamme de Zarlin, tempérée, de Pythagore, d'Euler, etc.), puisque, *cette gamme une fois admise,* les positions des dièses et des bémols sont complètement déterminées.

---

(1) Je laisse de côté la question du dièse et du bémol envisagés comme notes de passage, comme ornements autour des notes principales du ton. Leur position est arbitraire et au gré du compositeur et de l'exécutant, pourvu que l'instrument permette un tel arbitraire.

Si, par exemple, nous déclarons la gamme de Zarlin la meilleure, nous devons placer les dièses plus bas que les bémols. Si la gamme de Pythagore nous semble préférable, nous devons mettre les dièses plus haut que les bémols.

Là-dessus les musiciens déclarent *énergiquement* que, *guidés par leur sens artistique*, les dièses sont plus haut que les bémols. Ce qui ne les empêchera pas quelques minutes après de déclarer, non moins énergiquement, le piano faux et la gamme tempérée exécrable. Ils oublient seulement que, *pour mettre tous les dièses au-dessus de tous les bémols, il faut prendre comme point de départ une gamme qui soit encore plus fausse que la gamme tempérée, plus éloignée de la gamme naturelle, la gamme de Pythagore par exemple.*

Si les tierces tempérées sont dures, que dire des tierces pythagoriciennes! à quels battements l'introduction de cette gamme ne conduirait-elle pas?

La vérité, c'est que les musiciens ne se rendent pas un compte bien exact de ce qu'ils disent. Au fond ils veulent que, non pas tous les dièses, mais *certain* dièse soit plus haut qu'il ne l'est d'après la gamme de Zarlin, ce dièse étant précisément la sensible. Malheureusement il est impossible de concilier leurs désirs avec les nécessités de construction des instruments à sons fixes.

57. *Tempérament dans la gamme de Pythagore. Gamme d'Euler.* — La gamme à 21 sons de Pythagore (je ne veux pas dire par là que Pythagore connût la gamme à 21 sons, la modulation étant ignorée des Grecs) ne peut servir sur les instruments à sons fixes. Il faut la tempérer pour ramener à 12 le nombre des sons à l'octave. J'indiquerai le système d'Euler comme une généralisation de la construction de la gamme par des puissances de 2 et de 3, et comme un exemple de ces fausses théories qui ont l'air d'une explication et n'expliquent rien.

Voici comment Euler s'exprime dans ses *Lettres à une princesse d'Allemagne* (lettre IV) : « Quand l'oreille découvre aisément un rapport qui règne entre les sons, leur accord est nommé une *consonance;* et, quand ce rapport est très difficile à découvrir ou même impossible, l'accord est

nommé *dissonance*. » Euler oublie de dire par quelle opération mystérieuse l'âme parvient à calculer le rapport numérique de deux hauteurs. Quoi qu'il en soit, Pythagore obtient toutes les notes en multipliant la hauteur de la tonique par des expressions de la forme $2^\alpha 3^\beta$, où α et β sont des nombres entiers convenables (élévation ou abaissement d'un certain nombre de quintes et d'octaves); Euler généralise et obtient tous les sons en multipliant la hauteur de la tonique par des expressions de la forme $2^\alpha 3^\beta 5^\gamma$. Pourquoi s'arrêter en si beau chemin? « Si l'on voulait, ajoute-t-il, introduire encore le nombre 7, le nombre des tons d'une octave deviendrait plus grand et toute la musique en serait portée à un plus haut degré. » Dieu nous garde de ce plus haut degré!

Voici les 12 sons que lui fournit sa règle; les intervalles sont exprimés en savarts :

ut♯.	*ré.*	*ré♯.*	*mi.*	*fa.*	*fa♯.*	*sol.*	*sol♯.*	*la.*	*la♯.*	*si.*	*ut.*
18	51	69	97	125	148	176	194	222	245	273	301
8	33	18	28	28	23	28	18	28	23	28	28

Cette gamme coïncide évidemment avec celle de Pythagore pour $\gamma = 0$; elle fournit en plus les sons intermédiaires. Je les ai notés en dièses; il serait plus rationnel de leur donner de nouveaux noms, car ce ne sont par nature ni des dièses ni des bémols.

Il est inutile d'insister sur de telles divagations. A propos de la vertu des nombres entiers petits, faisons seulement remarquer avec Helmholtz qu'une consonance peu altérée sonne à peu près aussi bien qu'une consonance juste et mieux qu'une plus fortement altérée, *quoiqu'en général le rapport numérique qui exprime l'accord atteigne sa plus grande complication par une faible altération*. L'oreille serait donc capable de distinguer, non seulement que l'intervalle est simple ou non, mais encore que l'intervalle complexe diffère peu de s'exprimer par une fraction simple; ce qui est une hypothèse bien singulière.

CHAPITRE VII.

OBTENTION DES SONS. TOLÉRANCE DE L'OREILLE. PRÉCISION DU MÉCANISME.

58. *Précision avec laquelle l'oreille reconnaît un intervalle.* — Nous avons tous appris dans les traités élémentaires que le *comma*, soit 5 savarts, est à la limite des intervalles négligeables. On trouve cette affirmation même dans des ouvrages signés par des musiciens. M. Lavignac écrit (*Musique et Musiciens*, p. 61) que « le comma approche tellement de la limite d'appréciation des sons, que, tout en reconnaissant mathématiquement son existence, on peut *musicalement* le considérer comme négligeable ». *Si le comma est un intervalle négligeable,* pourquoi se dispute-t-on depuis des siècles sur la meilleure gamme, *puisque les deux gammes les plus différentes qui aient été proposées, la gamme de Pythagore et la gamme de Zarlin, ne diffèrent que d'un comma, et encore pour trois seulement des sept degrés, le mi, le la et le si?*

Il est vrai que d'autres physiciens et d'autres musiciens tombent dans une erreur opposée et non moins étrangère. On lit dans Helmholtz (p. 183) que des oreilles exercées peuvent encore percevoir une différence de hauteur correspondant au rapport des nombres de vibrations 1000 et 1001. Le plus petit écart perceptible serait donc de

$$1000 \log(1001 : 1000) = 0^{\sigma},43,$$

environ un demi-savart. Le comma valant exactement

$$1000 \log(81 : 80) = 5^{\sigma},4,$$

une oreille très exercée pourrait reconnaître 1 : 13 de comma. Proposition qui, présentée d'une manière absolue, est grossièrement erronée et dont Helmholtz d'ailleurs n'est pas responsable.

En effet, plusieurs distinctions s'imposent.

Il faut d'abord séparer nettement la possibilité de reconnaître certains intervalles *quand les sons sont maintenus simultanément et indéfiniment,* de la possibilité de les reconnaître, *quand ils sont émis l'un après l'autre;* dans le

premier cas, la mémoire n'intervient pas, dans le second son rôle est prédominant.

Il faut en second lieu distinguer les intervalles; si la théorie de l'affinité des sons développée au Chapitre IV est exacte, il est clair qu'on reconnaîtra bien plus aisément la parenté de deux sons faisant approximativement l'unisson, l'octave ou la quinte, que la parenté de deux sons faisant une seconde. *On ne peut donc pas parler absolument d'une erreur limite à laquelle près l'oreille apprécie un intervalle; il y a pour chaque intervalle une erreur limite particulière.*

Enfin nous savons qu'il existe des procédés physiques (battements, résonance, etc.), grâce auxquels on reconnaît *objectivement* l'exactitude de certains intervalles et qui n'ont rien à voir avec la justesse et la sensibilité artistiques de l'oreille. Je ne dis pas qu'une telle expérience est aisée; mais les qualités qu'elle suppose à l'oreille sont d'un ordre différent.

Ces considérations suffisent à nous rendre prudents dans l'énoncé de limites générales.

39. *Erreur dans la longueur des cordes correspondant à l'intervalle d'un comma.* — Avant d'aller plus loin, il faut préciser l'erreur sur la longueur d'une corde de violon ou de violoncelle qui entraîne une erreur d'un *comma*. Le *comma* valant 81 : 80 et, *pour une tension donnée,* les hauteurs des sons fournis par une corde étant en raison inverse des longueurs, une erreur d'un comma correspond à une erreur de 1 : 80 sur la longueur de la corde. La longueur d'une corde de violon est voisine de 40^{cm} et celle d'une corde de violoncelle voisine de 70^{cm}; donc, quand on veut un son *plus haut d'un comma* que le son *à vide,* il faut appuyer le doigt sur la touche de manière à raccourcir la partie vibrante de la corde de 5^{mm} pour le violon, de près de 9^{mm} pour le violoncelle. Ce sont évidemment là des quantités fort appréciables. Mais il est clair que, si l'on part, non plus de la corde à vide, mais d'un son à l'octave du son à vide, la corde utile étant alors moitié moins longue, l'écart qui correspond à une erreur d'un comma n'est plus que de $2^{mm},5$ pour le violon, $4^{mm},4$ pour le violoncelle.

Dans les mêmes conditions, quand on veut limiter l'erreur à un savart, il ne faut pas hésiter sur la position du doigt de

la cinquième partie des longueurs ci-dessus indiquées, ce qui représente une précision remarquable, surtout dans les mouvements rapides.

Enfin si l'on remarque : 1° que la délimitation de la corde par le bout du doigt est toujours assez imparfaite, à tel point qu'il suffit *sans déplacer le doigt* de faire osciller la main, pour produire un véritable trémolo (procédé dont s'abstiendraient les violons et violoncelles s'ils respectaient les oreilles de leurs auditeurs, mais dont ils connaissent l'effet certain sur un public vulgaire); 2° que les cordes ne sont jamais homogènes, c'est-à-dire n'ont pas tout de leur long rigoureusement le même poids par unité de longueur; on sera tout disposé à admettre que la précision avec laquelle il est possible de donner *mélodiquement* un intervalle sur le violon est assez restreinte et ne doit pas dépasser quelques savarts. Ceci, indépendamment de la justesse de l'oreille, mais simplement comme difficulté matérielle de réaliser des cordes homogènes et de *délimiter* une longueur donnée sur la corde.

60. *Position des doigts sur la touche d'un violoncelle pour la gamme naturelle, la gamme tempérée et la gamme de Pythagore.* — Pour mieux fixer les idées, j'ai calculé sur le violoncelle les longueurs des cordes pour la gamme naturelle, la gamme bien tempérée et la gamme de Pythagore. L'octave considérée est celle qui part de la corde *à vide* dont la longueur est $0^{m},70$, corde supposée accordée sur un *ut*. Les longueurs *à vide* des cordes de violon étant de 40^{cm} environ, pour obtenir les distances sur un violon, il faudra prendre 4 : 7 des longueurs indiquées. Elles sont données en millimètres.

	ut.	*ré.*	*mi.*	*fa.*	*sol.*	*la.*	*si.*	*ut*
G. naturelle	700	622	560	525	467	420	373	35
Δ		78	62	35	58	47	47	23
G. tempérée	700	624	556	525	467	417	371	35
G. de Pythagore.	700	622	554	525	467	415	369	30

La quantité dont il faut déplacer le doigt pour passer de la gamme naturelle à la gamme tempérée n'est pas infiniment petite, puisque pour le *mi* il s'agit de 4^{mm}. Toutefois il ne faut pas oublier : 1° que le calcul est fait pour le violoncelle et que pour le violon les distances sont à peu près

divisées par deux; 2° qu'il s'agit de l'octave qui commence à la corde à vide; plus on descend vers le chevalet, plus la corde est courte et plus les positions des doigts se rapprochent pour le même intervalle.

61. *Intervalles effectivement donnés par un instrument à sons variables.* — Tout le monde est d'accord pour reconnaître qu'*un musicien exercé utilisant un instrument à sons variables capable de donner des accords, et deux musiciens exercés faisant un accord, émettent l'accord naturel, celui qui est défini par les harmoniques.*

Le débat ne commence que pour les intervalles dont les sons constituants sont *émis l'un après l'autre*, intervalles que pour abréger nous appellerons *mélodiques*. Nous considérons comme *théoriquement inadmissible* l'opinion défendue en France par Cornu et Mercadier, *que les intervalles mélodiques sont les intervalles pythagoriciens*. Les résultats expérimentaux de ces physiciens ([1]) prouvent

([1]) J'ai discuté leurs Mémoires au cours d'un article paru dans la *Revue générale des Sciences* (mars, 1906) auquel je renvoie le lecteur. L'opinion de ces auteurs est radicalement inconciliable avec la théorie ici développée, qui est soutenue par un respectable faisceau de preuves. M. Mercadier a promis une réponse à mes critiques. Je ne peux qu'applaudir pourvu que le débat ne s'égare pas. En particulier il ne faut pas que la thèse de MM. Cornu et Mercadier, *suprématie mélodique de la gamme de Pythagore,* se confonde avec la thèse quasiment opposée, *non existence d'une gamme mélodique privilégiée, indétermination des intervalles mélodiques*. Celle-ci est, à quelques égards, aisément défendable. Par exemple, il est certain que les notes *essentiellement mélodiques* des traités d'harmonie (notes de passage, ornements, broderies, trilles, ...) sont, *par essence,* indéterminées. Quand, pour *orner* un *mi*, on chante *mi*, *ré*$^{\sharp}$, *mi*, *fa*, *mi*, rien ne s'oppose à ce qu'on rapproche presque indéfiniment le *ré*$^{\sharp}$ et le *fa* du *mi* qu'on veut orner. Le *trille* peut se faire avec un intervalle *arbitraire,* et les chanteurs usent de la permission sans se gêner. A la limite n'avons-nous pas le *glissé* des instruments à corde qui remplit un intervalle par une succession *continue* de sons. Il est certain du reste que le *si* de la gamme d'*ut* majeur n'a pas la même hauteur en montant qu'en descendant, attiré qu'il est par sa résolution dans la gamme montante. Ces faits ne sont ni contestables ni contestés, *sauf précisément par MM. Cornu et Mercadier qui veulent que ces notes appartiennent à la gamme de Pythagore.* Si leur thèse n'a pas ce sens, je ne sais plus ce qu'elle signifie. Or, la théorie d'Helmholtz apprend les raisons qu'il y a de préférer certains intervalles, de choisir une certaine gamme; elle laisse arbitraire un choix différent quand les raisons qu'elle invoque n'interviennent pas; ce qui est le cas dans les exemples cités.

seulement : 1° qu'il y a une incertitude notable dans les intervalles fournis *mélodiquement, incertitude qui s'élève à un comma* et dont on peut attribuer une bonne part à la mauvaise définition de la longueur de la corde vibrante et sa non parfaite homogénéité; 2° que les sons émis l'un après l'autre sont, par rapport à la tonique, plus *hauts* que ne l'exige la gamme naturelle, sans qu'il soit possible d'affirmer qu'ils appartiennent plutôt à la gamme tempérée qu'à la gamme pythagoricienne. Ces conclusions ne valent strictement que pour les musiciens sur lesquels ils ont expérimenté; nous les admettrons, si l'on veut, comme générales.

Helmholtz prétend cependant que des musiciens *accomplis* fournissent *mélodiquement* la gamme naturelle. Tâchons d'éclaircir cette question.

62. *Habitude du mécanisme.* — Qu'on réfléchisse à la manière dont s'exécute un intervalle sur un instrument à sons variables, voix ou corde.

1° Le musicien doit avoir une représentation nette du son qu'il veut produire;

2° Il doit savoir à quelle position du doigt (violon, violoncelle), de la main (trombone à coulisse, cor), à quelle forme de la cavité buccale, à quelle tension des cordes vocales (voix) correspond un son pensé.

Ces mêmes opérations se retrouvent, *mais à un degré rudimentaire,* dans l'emploi des instruments à sons fixes : l'analyse de ce cas facilite la discussion du cas général. Admettons qu'un pianiste ait un doigt sur une touche, l'*ut* par exemple. Il voit sur la portée un *sol*; il doit faire deux opérations : se représenter l'intervalle *ut sol* (intentionnellement je ne spécifie pas comment); donner à ses doigts l'écartement correspondant. Remarquons qu'ici la *représentation ut sol* peut ne pas faire intervenir les propriétés de l'oreille; on peut supposer par exemple que le pianiste soit sourd, qu'il sache seulement l'écriture des notes et leur position sur le piano. En second lieu, il y a une assez grande tolérance dans la position du doigt; c'est même la grandeur de cette tolérance qui caractérise l'instrument à sons fixes au point de vue de l'exécution.

Passons à un instrument à sons variables.

On peut en un sens chercher à le transformer en un instrument à sons fixes. Il suffit pour cela d'amener le musicien à faire correspondre *automatiquement* à une notation musicale une position du doigt. Si l'on parvient à transformer rigoureusement l'exécutant en un tel automate, il est clair que l'oreille n'intervient plus; on peut supposer qu'il devienne sourd, son jeu n'en restera pas moins correct. Mais les intervalles se trouvent dès lors fixés d'une manière rigide : l'instrument présente les avantages caractéristiques des instruments à sons fixes; il en présente aussi tous les inconvénients.

On peut au contraire chercher à développer le rôle de l'oreille. L'éducation est alors toute différente et infiniment plus difficile : on suppose que l'exécutant pense l'intervalle *actuellement le meilleur parmi tous les intervalles synonymes* et qu'il sait la correspondance exacte entre un intervalle pensé et la position du doigt sur la touche, plus généralement la disposition du mécanisme quelconque employé pour produire le son.

Il y a entre ces deux conceptions du musicien toute la différence qui existe entre un manœuvre et un artiste. Disons tout de suite que le manœuvre est la règle, l'artiste la rare exception; le bon manœuvre n'est déjà pas ordinaire.

On conçoit donc que l'éducation reçue dans les conservatoires, éducation qui s'adresse à la masse et par conséquent à la médiocrité, tende à faire d'honorables manœuvres. Aussi la préoccupation avouée de la plupart des violonistes est de ne distinguer que douze sons à l'octave, par conséquent douze positions invariables des doigts sur la touche à l'intérieur de chaque octave.

La conclusion qui s'impose est le choix de la gamme tempérée ou d'une gamme qui se rapproche le plus possible de la tempérée dans les instruments, comme le violon, qui admettent déjà des quintes naturelles (cordes à vide). Naturellement le mécanisme du musicien ayant été assoupli pour ce but, rien d'étonnant qu'il fournisse des intervalles *mélodiques* qui soient plus hauts que les intervalles *naturels*. C'est, en particulier, ce qu'il fait dans tous les mouvements rapides pour lesquels, si artiste qu'il soit, son instinct n'a pas matériellement le temps de décider quel est le meilleur intervalle

parmi les synonymes; il choisit celui auquel il est le plus accoutumé.

Mais qu'il s'agisse d'accords, le sentiment musical, *s'il est juste*, l'emporte sur l'éducation des muscles, et *après un tâtonnement, d'autant plus court que la représentation préliminaire de l'intervalle musical était plus nette*, le musicien donne l'intervalle naturel.

D'innombrables expériences ont été faites à ce sujet; elles conduisent toutes aux mêmes conclusions, y compris les expériences de Cornu et Mercadier.

En définitive on peut considérer comme établies les quatre propositions suivantes :

1° *Les intervalles théoriques sont parfaitement reconnus par une oreille délicate.*

2° *Les erreurs de la gamme tempérée sont réellement appréciables et désagréables pour une oreille juste.*

3° *Malgré le peu de différence des intervalles pris isolément, il est plus facile de chanter juste suivant la gamme naturelle que suivant la gamme tempérée.*

4° *La gamme de Pythagore ne se soutient ni en théorie ni en pratique.*

CHAPITRE VIII.

MESURE, RYTHME, INSTRUMENTS DE PERCUSSION.

63. *Temps. Valeurs relatives des notes.* — Les sons formant une mélodie ou un système d'accords se succèdent dans le temps; l'effet esthétique dépend essentiellement de la loi de succession. Quelle que soit la cause de nos sentiments agréables ou désagréables, *nous réclamons expressément une certaine symétrie dan sla distribution des sons, envisagés uniquement par rapport à leur distribution dans le temps, indépendamment de leur hauteur et de leur intensité.*

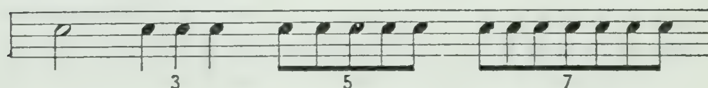
La manière la plus simple de satisfaire ce désir consiste à grouper les sons dans des intervalles *égaux* de durée, dont

on fixe *conventionnellement la valeur absolue* au début de chaque morceau et qu'on appelle des *temps.*

Chaque temps contient un certain nombre de notes : il faut donc indiquer par des figures particulières la durée *relative* des notes, ce qu'on appelle leur *valeur.* Voici ces figures et leur noms. Les signes appelés *silences,* qui remplissent les durées où ne se produit aucun son, ont des

Fig. 4.

	1 Ronde	2 Blanche	4 Noire	8 Croche	16 Double Cr.	32 Triple Cr.	Note pointée
Notes							
	Pause	½ Pause	Soupir	½ Soupir	¼ Soupir	⅛ Soupir	
Silences							



valeurs égales aux notes sous lesquelles ils se trouvent dans le Tableau.

Il est convenu, *à moins d'indications contraires,* que la ronde vaut 2 blanches, la blanche vaut 2 noires, la noire 2 croches, et ainsi de suite; d'où résulte qu'une ronde vaut 4 noires, 8 croches, 16 doubles croches, 32 triples croches, 64 quadruples croches, etc. Ce système de valeurs relatives s'appelle *binaire;* c'est le plus usité.

Un point placé après une note (note pointée) augmente sa valeur de moitié.

Mais on conçoit que le système binaire limite l'indépendance du musicien. Par exemple, il veut répartir la durée d'une ronde, non plus en deux parties égales, mais en 3, 5, 6, 7; faire correspondre à une ronde de l'une des parties musicales, 3, 5, 6, 7 notes d'égales durées. Ce que nous venons de dire de la ronde s'appliquant à la blanche, la noire, etc., on conçoit qu'il aurait fallu créer un nombre très grand de signes nouveaux pour satisfaire tous les besoins.

On a préféré un artifice qui fait le désespoir des logiciens, mais que la pratique montre excellent; car il ne faut pas oublier que l'étude d'un instrument est un labeur de si longue haleine qu'on a tout le temps de s'habituer aux petites difficultés des conventions d'écriture.

Pour séparer une blanche en 3 parties, on écrit trois noires avec le chiffre 3 sur ou sous la noire du milieu; pour la séparer en six parties, ou pour séparer une noire en 3 parties, on opère de même avec des croches.

Pour séparer une blanche en 5 ou 7 parties, on écrit 5 ou 7 croches dont on rassemble les queues et sous lesquelles on inscrit le chiffre 5 ou le chiffre 7. Cela revient à convenir qu'une note (la croche par exemple) a ordinairement sa valeur dans la division binaire (qu'elle vaut $\frac{1}{4}$ de blanche); mais qu'elle peut avoir aussi des valeurs inférieures comprises entre le maximum précédent et la valeur de la note qui la suit dans la figure 4 (la double croche par conséquent qui vaut $\frac{1}{8}$ de blanche); cette valeur exceptionnelle est indiquée par un chiffre.

Ce que nous venons de dire pour la blanche s'applique à une note de valeur quelconque. Ces conventions présentent si peu d'ambiguïté qu'on néglige d'inscrire le chiffre ou qu'on ne l'inscrit qu'une fois pour toutes, lorsque la division indiquée se reproduit de suite un grand nombre de fois.

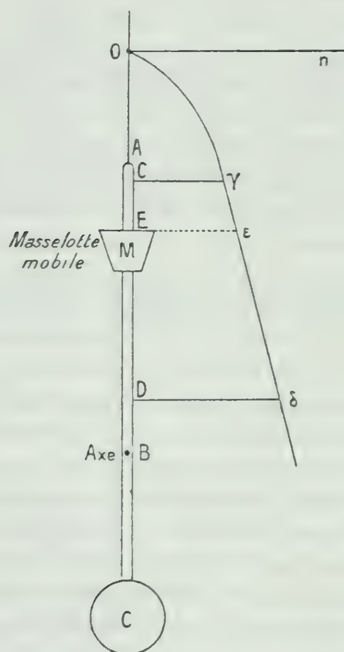
Le *temps* contient tout le long d'un morceau musical des notes et des silences dont la somme des valeurs est constante; il contient par exemple une noire, ou deux croches, ou une croche et un demi-soupir, ou une croche pointée et un quart de soupir, ou 3 croches reliées avec le chiffre 3 souscrit, etc. Comme tout le long du morceau, à moins d'indications contraires, le *temps* conserve une valeur *absolue* fixée au début, chaque signe de valeur (note ou silence) conserve aussi tout le long du morceau la même valeur *absolue*.

64. *Détermination de la valeur absolue du « temps ». Métronome.* — Il revient donc au même d'indiquer la valeur soit du *temps*, soit de l'un des signes de durée. La seconde convention est généralement préférée; on exprime la valeur d'un des signes au choix en $n^{\text{ièmes}}$ de minute $\left(\frac{1}{n}\right)$; on inscrit

sur la partition le dénominateur n. Ainsi l'indication ♩ = 100 veut dire que la valeur d'une noire est un centième de minute, ou qu'on doit exécuter 100 noires en une minute.

Pour déterminer les fractions de minute, on utilise le *métronome*. C'est un pendule vertical ABC d'axe B, dont un ressort entretient le mouvement par l'intermédiaire d'une roue d'échappement et dont on peut faire varier aisément la

Fig. 5.



période par le déplacement de la masselotte M le long de la tige AB. Une graduation en papier, fixée verticalement sur le support de l'instrument derrière la position d'équilibre de la tige, permet de donner à la masselotte une position connue à l'avance. La graduation est faite de manière que, si le bord supérieur de la masselotte affleure au trait marqué n, le pendule fait n battements par minute.

La relation théorique entre la position de la masselotte et

le nombre n de battements par minute est représentée par une courbe telle que $O\gamma\delta$. Pour la position O du bord supérieur de la masselotte (à supposer que la tige BA soit assez longue pour l'atteindre), le centre de gravité est reporté en B, la durée d'oscillation est infinie, $n = 0$. A partir de cette position, la courbe $O\gamma\delta$ des n s'écarte d'abord très vite de la droite de référence OB, puis *se confond très sensiblement avec une droite entre deux positions* C *et* D *de la masselotte.* Cette circonstance est utilisée industriellement pour obtenir rapidement la graduation ; on s'arrange, par un choix convenable de la masse mobile par rapport au reste du pendule, de manière que la partie rectiligne soit comprise entre les valeurs utiles $n = 40$, $n = 200$.

Le métronome est un instrument très remarquable et *d'une précision plus que suffisante pour son rôle.* Il présente des inconvénients auxquels il est facile de remédier. Sa graduation est généralement faite sans soin et par des gens peu au courant de la théorie ; mais c'est l'affaire d'une demi-heure de construire une table ou une courbe de correction. Un défaut plus grave provient de ce que les oscillations ne sont pas très petites : par conséquent leur durée dépend de l'amplitude qui dépend elle-même de l'état plus ou moins bandé du ressort. Si l'on répugne à compliquer le mécanisme par l'adjonction d'une *fusée*, il suffit avant d'employer l'appareil de ramener toujours le ressort au même état et pour cela de *remonter à fond.*

Dans ces derniers temps on a déclaré indispensable *pour la pratique musicale* de posséder un instrument plus parfait. Ce souci est passablement risible : les erreurs de graduation du métronome n'atteignent pas $\frac{1}{30}$ entre $n = 60$ et $n = 120$; l'influence de l'état du ressort est du même ordre. Quand on réfléchit à la différence des mouvements d'une œuvre exécutée par deux chefs d'orchestre, au peu de précision des indications fournies par les auteurs (le plus grand nombre emploie des termes très vagues dont nous parlerons plus loin), on regrette que des constructeurs perdent leur temps à étudier de soi-disant pendules simples, au lieu de perfectionner le métronome, s'ils sont en mal de précision.

65. *Mesure, rythme, phrase musicale.* — Il ne suffit pas

pour notre besoin de symétrie que les sons soient groupés dans des intervalles égaux de durée. D'ailleurs, pour que cette symétrie élémentaire (à laquelle est réduit le récitatif le plus simple) soit nettement perceptible et agréable, il faut qu'à l'intérieur du *temps* les sons soient eux-mêmes groupés avec une certaine régularité, ne serait-ce que dans les parties d'accompagnement. Les temps deviennent ainsi les éléments primordiaux de la construction musicale, *éléments différents les uns des autres, mais se reproduisant à peu près suivant une loi périodique.*

Cette périodicité permet de grouper les *temps* en éléments d'ordre supérieur qu'on appelle *mesures*. Les temps se distribuent donc dans la mesure avec une certaine symétrie, ce qui implique que la mesure contienne toujours le même nombre de temps.

Les mesures se groupent quatre par quatre en *demi-périodes;* deux demi-périodes forment une *période;* enfin deux périodes forment une *phrase*. Ce système de groupement binaire des mesures est autant dire le seul usité, mais rien n'empêche le musicien de réaliser des groupements ternaires ou quinaires.

Revenons à la mesure qui est le premier élément *uniforme* de construction; il faut entendre par là, non que les mesures se reproduisent identiques à elles-mêmes, mais qu'elles ont, dans leur structure, une symétrie commune. Cet ordre dans le mouvement, cette périodicité s'appelle le *rythme*.

Le rythme réside dans la distribution, non seulement des sons par rapport à leur durée, mais encore des *temps forts* par rapport aux *temps faibles*. Un exemple simple fixera les idées.

La mesure de la *valse* est à 3 temps et contient 3 noires, ce qu'on indique en plaçant près de l'armure de clef de la première portée le signe $\frac{3}{4}$. Le rythme de la valse est de deux espèces.

Le premier temps de la mesure est toujours *fort :* on obtient ce résultat par l'intensité, par la gravité, par le timbre des sons marquant le début de ce premier temps; on l'obtient encore par le moyen *des instruments de percussion* dont nous parlerons plus loin.

Les deux variétés de rythme sont obtenues par la disposi-

tion des temps faibles. Dans la valse *lente*, le rythme peut être représenté par le symbole suivant, un temps fort, deux

Fig. 6.



temps faibles égaux. Dans la valse *viennoise*, le rythme est tout différent. Le premier temps faible est le prolongement du temps fort.

Le rythme est indépendant de la hauteur des sons et de la

Fig. 7.



mélodie dont toutefois le dessin doit s'accommoder à la distribution des temps forts ou faibles.

Ainsi la structure de la mesure dépend : 1° du nombre des temps et de la valeur de ces temps; 2° de la distribution des temps forts et faibles. L'exemple précédent nous montre quelle différence de rythme peuvent présenter 2 mesures $\left(\frac{3}{4}\right)$ à 3 temps, contenant l'une et l'autre 3 noires.

On distingue généralement les mesures en mesures :

A deux temps; 2 ou ₵ (une ronde), $\frac{2}{4}$ (une blanche), $\frac{6}{8}$ (une blanche pointée), ... ;

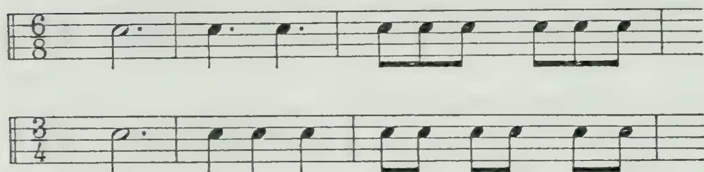
A trois temps; $\frac{3}{4}$ (une blanche pointée), $\frac{3}{8}$ (une noire pointée), ... ;

A quatre temps; 4 ou C (une ronde), $\frac{12}{8}$ (une ronde pointée), ...

Malgré toute la complication apparente de ce système, il est très facile de s'y reconnaître. Comparons par exemple la mesure à 2 temps $\frac{6}{8}$ et la mesure à 3 temps $\frac{3}{4}$. Elles contien-

nent toutes deux la valeur de 3 noires ou 6 croches; mais leurs symboles et les rythmes correspondants sont tout différents :

Fig. 8.



Nous savons qu'une mesure, déterminée par le nombre des temps et par la somme des valeurs des notes, ne l'est cependant pas au point de vue du rythme; elle en peut adopter un grand nombre $\left(\text{deux par exemple pour la valse } \frac{3}{4} \right)$.

Quand on ne précise pas, par un numéro du métronome appliqué à un signe de valeur, le *mouvement* que l'on désire, on l'indique par une des expressions suivantes, *largo, adagio, andante, allegro, presto* et des expressions diminutives et superlatives qui sont censées représenter les mouvements depuis le plus lent jusqu'au plus rapide. Ces indications laissent l'exécutant libre dans une large mesure de faire ce qui lui plaît.

66. *Moyens de marquer le rythme. Instruments de percussion. Bruits.* — Il est incontestable que le rythme pur est à l'origine de toute musique et précède la mélodie. Chez les sauvages la musique se réduit au rythme; elle n'est qu'un simple bruit servant à cadencer les mouvements. Les instruments de percussion, battements de mains et de pieds, chocs de corps solides quelconques, tambours, castagnettes, etc., ont alors une importance prépondérante. Chez les peuples primitifs la musique rythmique est relativement riche, la musique mélodique quasiment absente. Aujourd'hui encore, naturellement surtout dans la musique de danse, on a recours aux mêmes instruments de percussion pour accentuer le rythme. Cherchons à quelles conditions ils doivent satisfaire.

L'instrument parfait de percussion doit produire un simple

bruit. Le bruit peut se définir comme une sensation auditive de hauteur indéterminable (et non pas indéterminée). *Plus un son est bref et complexe, mieux il rentre dans la définition du bruit.* Cette définition va se justifier par l'analyse de quelques bruits.

L'expérience classique du *claquebois* montre que, dans le choc d'une lame de bois par un maillet, la sensation auditive, *qu'instinctivement nous appelons un bruit,* ne se distingue pas aussi nettement que nous serions d'abord tentés de le croire, d'un son de hauteur *déterminée. La hauteur est pratiquement indéterminable, sans artifice,* mais non *pas indéterminée.* Il suffit de frapper successivement des lames convenablement choisies pour entendre une véritable gamme. *Cette expérience prouve que l'oreille reconnaît très difficilement la hauteur des sons de faible durée même à peu près bien définis ;* il faut un artifice pour lui faciliter leur localisation dans l'échelle musicale.

Il va de soi d'ailleurs que la hauteur des sons est d'autant plus indéterminable que le son est plus complexe, surtout quand les constituants ne forment pas une série harmonique et qu'ils sont de hauteurs peu différentes. *Si donc nous voulons obtenir une sensation auditive dont il soit à peu près impossible de reconnaître la hauteur, un bruit par définition, nous devons nous adresser à des sons très brefs et très complexes.*

L'expérience montre que les membranes tendues mises en vibration donnent une série de sons partiels non harmoniques et très voisins les uns des autres ; d'ailleurs le mouvement de la membrane s'amortit très vite : *le son est bref et complexe.* Voilà pourquoi les instruments types de percussion, les instruments rythmiques par excellence, sont *la grosse caisse, le tambour, le tambourin,* composés d'une membrane tendue et mise en vibration soit par percussion, soit par friction.

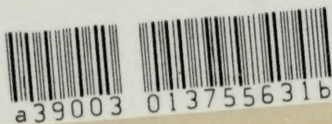
Mais, si, grâce à un artifice, nous renforçons l'un des sons, la hauteur cesse d'être indéterminée malgré la brièveté de la sensation. C'est ce qui arrive pour les *timbales,* où la membrane est tendue sur un bassin hémisphérique et accordée sur la masse d'air qu'elle délimite. La timbale tient donc le milieu entre les instruments proprement dits et les instru-

ments de percussion parfaits. Il en est de même des instruments où, par nature, l'un des sons l'emporte; par exemple *le claquebois, les cloches,* et généralement les instruments où l'on excite des lames d'acier ou de verre. Nous pouvons citer encore, dans la catégorie des instruments de percussion parfaits, les *castagnettes* et les *crotales :* le son est bref et complexe.

Quelquefois le son est complexe, *mais s'amortit lentement;* c'est le cas des *cymbales,* du *triangle,* du *tamtam.* La hauteur est encore à peu près indéterminée; mais le son est musicalement mauvais à cause de sa durée. Ces instruments ne peuvent servir que pour accentuer brutalement les temps forts; leur emploi comporte toujours quelque vulgarité On atténue le caractère antimusical du son en l'éteignant presque instantanément par le contact de la main.

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.


a39003 013755631b